1ª Questão: Determine $y(t)$ para

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -10 & 3 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} 7 & 7 \end{bmatrix} v, \quad v(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta(\lambda) = \lambda^2 - 3\lambda - 10 = (\lambda+2)(\lambda-5)$$

$$\exp(-2t) = \alpha_0 - 2\alpha_1, \quad \exp(5t) = \alpha_0 + 5\alpha_1$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_1 = \frac{\exp(5t) - \exp(-2t)}{7}, \quad \alpha_0 = \frac{2\exp(5t) + 5\exp(-2t)}{7}$$

$$y = \begin{bmatrix} 7 & 7 \end{bmatrix} \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2\exp(5t) + 5\exp(-2t) & -\exp(5t) + \exp(-2t) \\ -10\exp(5t) + 10\exp(-2t) & 5\exp(5t) + 2\exp(-2t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -4\exp(5t) + 18\exp(-2t)$$

2ª Questão: Determine: a) J (forma de Jordan); b) Q tal que $AQ = QJ$ para

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 4)^3$$

$$J = \{J_2(4), J_1(3)\} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} a & d & \bar{a} \\ 0 & e & b \\ -a & -a-d-e & -\bar{a}-b \end{bmatrix}, \quad b \neq 0$$

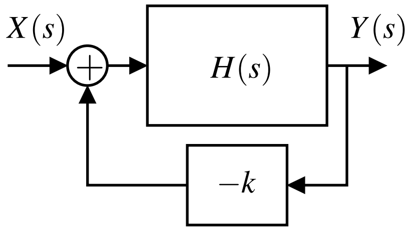
3ª Questão: Determine os valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\beta \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema deixa de ser controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

$$\mathrm{Ctrb}(A,b) = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2 b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & \alpha\beta & \alpha^2\beta \\ 0 & \beta & \alpha\beta - 2\beta \\ 1 & 1 & \beta + 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) = 3\beta^2 - 3\alpha\beta^2 + \beta^3 = (3 - 3\alpha + \beta)\beta^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = 0, \ \beta = 3\alpha - 3$$

4ª Questão: Determine o intervalo para $k \in \mathbb{R}$ tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 4s + 2}$$

$$D(s) = s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 4s + 2 + k \ , \quad -2 < k < 12$$

5ª Questão: Considerando a desigualdade de Lyapunov, determine os intervalos de α e β reais que garantem a estabilidade assintótica do sistema linear para o qual obteve-se uma matriz P simétrica definida positiva que produz (A' indica o transposto de A)

$$-Q = A'P + PA = \begin{bmatrix} -1 & 2\alpha & -\beta \\ 2\alpha & -5 & 0 \\ -\beta & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

A desigualdade de Lyapunov impõe $Q > 0$, ou seja os menores principais líderes da matriz Q devem ser positivos. Assim,

$$\begin{bmatrix} 1 & -2\alpha & \beta \\ -2\alpha & 5 & 0 \\ \beta & 0 & 4 \end{bmatrix} > 0 \quad \Rightarrow \quad 1 > 0, \quad -\frac{\sqrt{5}}{2} < \alpha < \frac{\sqrt{5}}{2}, \qquad \beta^2 < \frac{20 - 16\alpha^2}{5}$$

$$\Rightarrow \quad -\sqrt{4 - (16/5)\alpha^2} < \beta < \sqrt{4 - (16/5)\alpha^2}$$

6ª Questão: Para o sistema abaixo, determine um ganho $L \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ que aloque os autovalores de $(A - LC)$ (observador de estados de Luenberger) em -5, -6

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v$$

Fazendo o projeto do ganho de controle $K \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ tal que $(A' - C'K)$ tem os autovalores em -5, -6

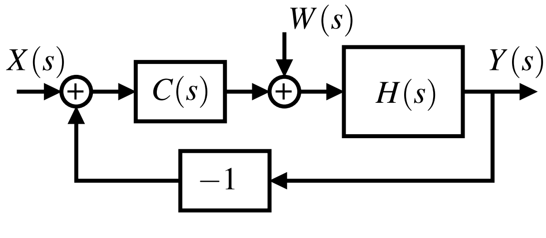
$$K_1 = I_2, \quad A' - C'K_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \xi = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C'\xi = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_{mf}(\lambda) = \lambda^2 + \underbrace{(k_2 - 4)}_{11}\lambda + \underbrace{(3 - 2k_2 - k_1)}_{30}$$

$$k_1 = -57, \; k_2 = 15 \quad \Rightarrow \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -57 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -57 & 15 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad L = (K_1 + K_2)' = \begin{bmatrix} -56 & 0 \\ 15 & 1 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Obtenha um controlador que garanta o rastreamento assintótico, a rejeição de distúrbios do tipo degrau, e aloque os polos em $F(s) = s^3 + 11s^2 + 38s + 40$ (i.e., polos em -2, -4, -5) para o sistema dado por

$$H(s) = \frac{5s - 2}{s - 4}$$



$$C(s) = \frac{11s - 20}{s - 40}$$