1ª Questão: Determine $y(t)$ para o sistema $\dot{v} = Av$, $y = cv$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix},\ c = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix},\ v(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad y(t) = \exp(-2t)\big(2\cos(t) - \mathrm{sen}(t)\big)$$

2ª Questão: Determine: a) J (forma de Jordan); b) Q tal que $AQ = QJ$ para

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix},\ \Delta(\lambda) = \det(\lambda I - A) = (\lambda - 3)^3$$

$$M_3 = A - (3)I = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{rank} = 1, \text{dim. esp. nulo} = 3 - 1 = 2$$

$$J = \mathrm{diag}(J_2(3), J_1(3)) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad Q_{ger} = \begin{bmatrix} -2b & d & a \\ b & e & \bar{b} \\ -b & d + e - b & a + \bar{b} \end{bmatrix}, \quad Q_{p.ex.} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

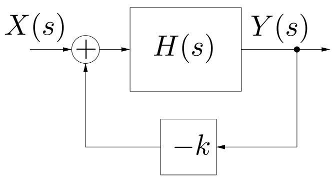
3ª Questão: Determine a relação entre os valores de b_1 e b_2 para que o sistema deixe de ser controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -1 & 18 \\ -1 & 8 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} x$$

$$\text{Ctrb(A,b)} = \begin{bmatrix} b & Ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 18b_2 - b_1 \\ b_2 & 8b_2 - b_1 \end{bmatrix}, \quad \det\big(\text{Ctrb(A,b)}\big) = -b_1^2 + 9b_1b_2 - 18b_2^2 = (b_1 - 3b_2)(6b_2 - b_1)$$

Deixa de ser controlável se $b_1 = 3b_2$ ou se $b_1 = 6b_2$

4ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{-s^2 + s}{s^3 + 9s^2 + 8}, \quad 1 < k < 8$$

5ª Questão: Usando como função de Lyapunov candidata $\psi(v_1, v_2) = 0.5v_1^2 + 0.5v_2^2$, determine um conjunto Ω no espaço de estados $\mathbb{R}^2$ no qual a função $\psi(v_1, v_2)$ garanta a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio $(v_1, v_2) = (0, 0)$ do sistema não linear dado por

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= (v_1 - v_2)(v_1^2 + v_2^2 - 1) \\ \dot{v}_2 &= (v_1 + v_2)(v_1^2 + v_2^2 - 1) \end{aligned}$$

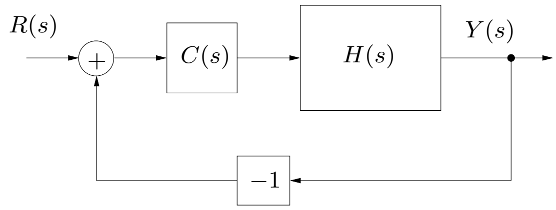
Tem-se $\psi(v_1, v_2) > 0$, $\forall (v_1, v_2) \neq (0, 0)$ e

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(v_1, v_2) &= v_1\dot{v}_1 + v_2\dot{v}_2 \\ &= v_1(v_1 - v_2)(v_1^2 + v_2^2 - 1) + v_2(v_1 + v_2)(v_1^2 + v_2^2 - 1) \\ &= (v_1^2 + v_2^2)(v_1^2 + v_2^2 - 1) < 0, \quad \forall (v_1, v_2) \neq (0, 0), \quad \text{se } (v_1, v_2) \in \Omega = \{(v_1, v_2) : v_1^2 + v_2^2 - 1 < 0\} \end{aligned}$$

6ª Questão: Determine para o sistema abaixo um ganho $k \in \mathbb{R}^{1\times 2}$ que aloque os autovalores do sistema em malha fechada em -3 e -4 com uma realimentação de estados $x = r - kv$

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \Longrightarrow \quad k = \begin{bmatrix} 0 & 5 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Considere o sistema linear $H(s)$ e o esquema de realimentação da figura ao lado



$$H(s) = \frac{3s-2}{s^2-5}$$

Determine um controlador proprio que aloque os polos em malha fechada na posição das raízes (aproximadamente -11.5, $-0.26 \pm 0.14j$) do polinômio $F(s) = s^3 + 12s^2 + 6s + 1$

Controlador de ordem um ($C(s) = \dfrac{b_1 s + b_0}{a_1 s + a_0}$)

$$(s^2-5)(a_1 s + a_0) + (3s-2)(b_1 s + b_0) = s^3 + 12s^2 + 6s + 1$$

$$a_1 = 1, \quad a_0 = -3, \quad b_0 = 7, \; b_1 = 5, \quad C(s) = \frac{5s+7}{s-3}$$