$1^{\underline{a}}$ **Questão:** A seqüência $x[n]$ tem transformada Z dada por

$$X(z) = \mathcal{Z}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]z^{-k}, \quad X(z) = \frac{3z(16z^2 - 12z + 1)}{(2z-1)(4z-1)(z-1)} = \frac{48z^3 - 36z^2 + 3z}{8z^3 - 14z^2 + 7z - 1} \quad , \quad |z| > 1$$

Determine: a) $x[+\infty] = 5$ b) $x[0] = 6$ c) $x[1] = 6$ d) $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \to +\infty$

$2^{\underline{a}}$ **Questão:** a) Determine a solução forçada $y_f[n]$ de

$$(p^2 - 1)y[n] = n \quad , \quad y_f[n] = \frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{2}n$$

b) Determine a solução $y[n]$ de

$$(p^2 - 1)y[n] = (p+1)(p-1)y[n] = n \quad , \quad y[0] = 1 \; , \; y[1] = 1 \quad , \qquad y[n] = \frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{9}{8} - \frac{1}{8}(-1)^n$$

c) Obtenha uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais cuja solução seja solução da equação não homogênea descrita no item b).

$$(p^2 - 1)(p-1)^2 y[n] = (p^4 - 2p^3 + 2p - 1)y[n] = 0 \quad , \quad y[0] = 1 \; , \; y[1] = 1 \; , \; y[2] = 1 \; , \; y[3] = 2$$

$3^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}(5t)\mathrm{Sa}^2(3t)dt$$

$$I = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(5t)\mathrm{Sa}^2(3t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(5t)\} * \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(3t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{5}G_{10}(\omega)\right) * \left(\frac{\pi}{3}\mathrm{Tri}_{12}(\omega)\right)\Big|_{\omega=0}$$

$$I = \frac{\pi}{30}\int_{-\infty}^{\infty} G_{10}(\beta)\mathrm{Tri}_{12}(-\beta)d\beta = \frac{\pi}{30}2\int_{-5}^{0}(\beta/6 + 1)d\beta = \frac{7\pi}{36}$$

$4^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{5s+7}{s^2 + 3s + 2} = \frac{5s+7}{(s+2)(s+1)}$$

a) $\mathrm{Re}(s) > -1$; b) $\mathrm{Re}(s) < -2$; c) $-2 < \mathrm{Re}(s) < -1$;

$$X(s) = \frac{5s+7}{(s+2)(s+1)} = \frac{3}{s+2} + \frac{2}{s+1}$$

a) $x(t) = (3\exp(-2t) + 2\exp(-t))u(t)$;

b) $x(t) = (-3\exp(-2t) - 2\exp(-t))u(-t)$;

c) $x(t) = 3\exp(-2t)u(t) - 2\exp(-t)u(-t)$

5ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial

$$(p^2 + 1)y(t) = 6\cos(t) - 4\,\text{sen}(t), \quad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 1$$

a) Determine a solução forçada $y_f(t)$

b) Determine a solução $y(t)$

c) Determine uma equação diferencial homogênea e as condições iniciais cuja solução seja solução da equação não homogênea descrita no item b)

$$y_f(t) = 2t\cos(t) + 3t\text{sen}(t)$$

$$y(t) = 2t\cos(t) + 3t\text{sen}(t) + \cos(t) - \text{sen}(t)$$

$$(p^2 + 1)^2 y(t) = 0, \quad y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 1,\ \ddot{y}(0) = 5,\ y^{'''}(0) = -5$$

6ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = Av + bx \ \ , \ \ y = cv + dx$$
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \ , \ b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ , \ c = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \ , \ d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

a) Determine a resposta à entrada nula para a condição inicial $v(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}'$

$$\exp(At) = \begin{bmatrix} \exp(-2t) + 2t\exp(-2t) & t\exp(-2t) \\ -4t\exp(-2t) & \exp(-2t) - 2t\exp(-2t) \end{bmatrix}, \quad y_{en} = 2\exp(-2t) - 3t\exp(-2t)$$

b) Determine a resposta ao estado inicial nulo para $x(t) = u(t)$

$$H(s) = \frac{s+1}{(s+2)^2}, \quad y_{ein}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$$

$$Y(s) = \frac{s+1}{s(s+2)^2} = \frac{1/4}{s} + \frac{1/2}{(s+2)^2} - \frac{1/4}{s+2}, \quad y(t) = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}t\exp(-2t) - \frac{1}{4}\exp(-2t)\right)u(t)$$