1ª Questão: a) Classifique o sistema abaixo quanto às propriedades: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (n-k)\rho^{n-k} x[k]u[n-k], \quad 0 < \rho < 1$$

sendo $y[n]$ a sequência de saída, $x[n]$ a sequência de entrada, n e k inteiros.

Sistema linear, invariante no tempo, causal e BIBO estável

b) Determine a resposta ao impulso do sistema, isto é, $y[n] = h[n]$ para quando $x[n] = \delta[n]$

$$h[n] = n\rho^n u[n], \quad y[n] = h[n] * x[n]$$

c) Determine a transformada Z da resposta ao impulso e o domínio de existência Ω_h

$$\mathcal{Z}\{h[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k}, \quad z \in \Omega_h$$

$$\mathcal{Z}\{n\rho^n u[n]\} = \frac{\rho z}{(z-\rho)^2}, \quad |z| > \rho$$

2ª Questão: Determine $x[0]$, $x[1]$ e $x[+\infty]$ para a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{240z^3 - 178z^2 + 32z}{24z^3 - 26z^2 + 9z - 1} = \frac{240z^3 - 178z^2 + 32z}{(2z-1)(3z-1)(4z-1)} \ , \quad |z| > \frac{1}{2}$$

$$x[0] = 10, \quad x[1] = \frac{41}{12}, \quad x[\infty] = 0$$

3ª Questão: A distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{12}{(z-5)(2z-5)} = \frac{12}{2z^2 - 15z + 25} \ , \ |z| < 5/2$$

a) Determine a média de $\mathbb{X} = \dfrac{11}{12}$

b) Determine as probabilidades $\Pr\{\mathbb{X} = 0\} = \dfrac{12}{25}$, $\Pr\{\mathbb{X} = 1\} = \dfrac{12 \times 15}{25^2} = \dfrac{36}{125}$

4ª Questão: a) Determine a solução forçada de

$$y[n+2] - 3y[n+1] + 2y[n] = (p^2 - 3p + 2)y[n] = (p-1)(p-2)y[n] = 1 \ , \ y[0] = 1, \ y[1] = 4$$

sendo $py[n] = y[n+1]$.

$$y_f[n] = bn, \quad b = -1$$

b) Determine a solução de

$$y[n+2] - 3y[n+1] + 2y[n] = 1 \ , \ y[0] = 1, \ y[1] = 4$$

$$y[n] = -3 + 4(2^n) - n$$

c) Obtenha uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais cuja solução seja solução da equação não homogênea descrita no item b).

$$(p-1)^2(p-2)y[n] = (p^3 - 4p^2 + 5p - 2)y[n] = 0 \ , \ y[0] = 1, y[1] = 4, y[2] = 11$$

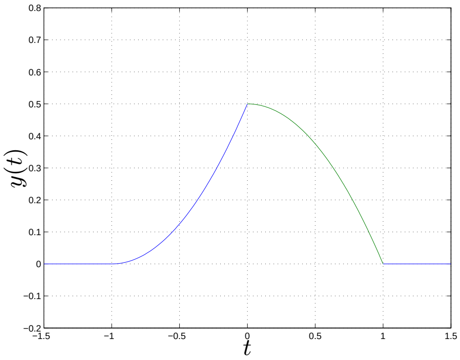
5ª Questão: A resposta ao impulso de um sistema linear invariante no tempo é dada por

$$h(t) = (1+t)G_1(t+0.5) \quad , \quad G_1(t) = u(t+0.5) - u(t-0.5)$$

a) Classifique quanto à: causalidade e BIBO estabilidade.
Não causal e BIBO-estável

b) Determine e esboce a resposta do sistema para a entrada $x(t) = G_1(t-0.5) = u(t) - u(t-1)$

$$y(t) = h(t)*x(t) = \mathcal{I}_h(t) - \mathcal{I}_h(t-1) = \left(\frac{t^2}{2} + t + \frac{1}{2}\right) G_1(t+0.5) - \left(\frac{(t-1)^2}{2} + (t-1) + \frac{1}{2}\right) G_1(t-0.5) + \frac{1}{2} G_1(t-0.5)$$



6ª Questão: Determine os coeficientes a e b que minimizam o erro quadrático médio da aproximação

$$\epsilon(t) = \underbrace{(t^2+1)G_1(t-0.5)}_{y(t)} - \big(a\,\underbrace{tG_1(t-0.5)}_{x_1} + b\,\underbrace{G_1(t-0.5)}_{x_2}\big)$$

$$\begin{bmatrix} <x_1x_1> & <x_1x_2> \\ <x_2x_1> & <x_2x_2> \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} <yx_1> \\ <yx_2> \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/4 \\ 4/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3/4 \\ 4/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5/6 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Considere o sinal

$$p(t) = (1+t)G_1(t+0.5), \quad P(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j\omega)-1}{j\omega} - 1\right) = \frac{1-\exp(j\omega)+j\omega}{\omega^2}$$

a) Determine a expressão dos coeficientes da série exponencial de Fourier de

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t-k10)$$

$$T = 10, \omega_0 = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}, \; c_k = \frac{P(k\omega_0)}{T} = \frac{1}{10}\left(\frac{1-\exp(jk\pi/5)+jk\pi/5}{(k\pi/5)^2}\right)$$

b) Calcule $c_0 = \dfrac{1/2}{10} = \dfrac{1}{20}$