1ª Questão: a) Classifique o sistema abaixo quanto às propriedades: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade

$$y[n] = \sum_{k=-1}^{+1} (n+k)x[n-k]$$

sendo $y[n]$ a seqüência de saída, $x[n]$ a seqüência de entrada, n e k inteiros.

Sistema linear, variante no tempo, não causal e não BIBO estável

b) Determine a resposta ao impulso do sistema, isto é, $y[n] = h[n]$ para quando $x[n] = \delta[n]$

$$h[n] = -2\delta[n+1] + 2\delta[n-1]$$

2ª Questão: Determine a transformada Z e o seu domínio de existência para a sequência

$$x[n] = (n2^n + n^2 3^n)u[-n]$$

$$y[n] = -n2^{-n}u[n] + n^2 3^{-n}u[n] \ , \ n^2 = 2\binom{n}{2} + \binom{n}{1}$$

$$\mathcal{Z}\{-n2^{-n}u[n]\} = \frac{-2z}{(2z-1)^2} = -(1/2)\frac{z}{(z-1/2)^2} \ , \ |z| > 1/2$$

$$\mathcal{Z}\{n^2 3^{-n}u[n]\} = \frac{1}{9}\frac{2z}{(z-1/3)^3} + \frac{1}{3}\frac{z}{(z-1/3)^2} = \frac{1}{3}\frac{z(z+1)}{(z-1/3)^3} = \frac{3z(3z+1)}{(3z-1)^3} \ , \ |z| > 1/3$$

$$X(z) = Y(1/z) = -\frac{2z}{(z-2)^2} - \frac{3z(z+3)}{(z-3)^3} = \frac{-z(5z^3 - 21z^2 + 30z - 18)}{(z-2)^2(z-3)^3} \quad , \quad |z| < 2$$

3ª Questão: A distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{z^2(1-\rho)^2}{(1-\rho z)^2} \ , \ |z| < 1/\rho \ , \ 0 < \rho < 1$$

a) Determine a média de $\mathbb{X}$ b) Determine a probabilidade $\Pr\{\mathbb{X} = 2\}$

$$\sum_k k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{2}{1-\rho} \quad , \quad \Pr\{\mathbb{X} = 2\} = (1-\rho)^2$$

4ª Questão: a) Determine a solução forçada de

$$y[n+1] - y[n] = 6n^2 \quad , \quad y[0] = 0$$

$$y_f[n] = 2n^3 - 3n^2 + n = n(n-1)(2n-1)$$

b) Determine a solução de

$$y[n+1] - y[n] = 6n^2 \quad , \quad y[0] = 0$$

$$y[n] = y_f[n] = 2n^3 - 3n^2 + n = n(n-1)(2n-1)$$

c) Obtenha uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais cuja solução seja solução da equação não homogênea descrita no item b).

$$(p-1)^4 y[n] = (p^4 - 4p^3 + 6p^2 - 4p + 1)y[n] = 0 \ , \ y[0] = 0, y[1] = 1, y[2] = 6, y[3] = 30$$

5ª Questão: A resposta ao impulso de um sistema linear invariante no tempo é dada por

$$h(t) = (1-t)(1+t)G_2(t) \quad , \quad G_2(t) = u(t+1) - u(t-1)$$

a) Classifique quanto à: causalidade e BIBO estabilidade.
Não causal e BIBO-estável

b) Determine e esboce a resposta ao degrau do sistema, isto é, a resposta para a entrada $u(t)$

$$y_u(t) = \mathcal{I}_h(t) = -\frac{t^3}{3} + t + \frac{2}{3} \ , t \in [-1, 1] \ \Rightarrow \ \mathcal{I}_h(t) = 4/3, t \geq 1$$

6ª Questão: Determine $\{g_1(t), g_2(t), g_3(t)\}$ ortogonais que gerem o mesmo espaço que as funções

$$f_1(t) = G_4(t-2) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-1) - G_1(t-2.5) \quad , \quad f_3(t) = G_3(t-2.5)$$

$$\langle g_1^2 \rangle = 4, \langle f_2 g_1 \rangle = 1, \langle g_2^2 \rangle = 11/4, \langle f_3 g_1 \rangle = 3, \langle f_3 g_2 \rangle = -3/4$$

$$g_1(t) = f_1(t) \ , \ g_2(t) = f_2(t) - \frac{1}{4} g_1(t) \ , \ g_3(t) = f_3(t) - \frac{3}{4} g_1(t) + \frac{3}{11} g_2(t)$$

7ª Questão: a) Determine os coeficientes da série exponencial de Fourier de

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k5) \quad , \quad p(t) = (t+1)G_1(t+0.5) - (t-1)G_1(t-0.5)$$

b) Calcule c_0

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{5} \ , \ c_0 = 0.2 \ , \ c_k = -\frac{5}{4k^2\pi^2}\big(\exp(jk2\pi/5) + \exp(-jk2\pi/5)\big) - 2\big) = -\frac{5}{2k^2\pi^2}\left(\cos(k2\pi/5) - 1\right)$$