1ª Questão: Classifique o sistema abaixo quanto às propriedades: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^2 x[n-k]u[n-k]$$

sendo $y[n]$ a sequência de saída, $x[n]$ a sequência de entrada, n e k inteiros e $u[n]$ a função degrau discreta.
Linear, variante no tempo, causal e não BIBO estável

2ª Questão: Determine a transformada Z inversa (isto é, a seqüência $x[n]$) de

$$X(z) = \frac{2z^3 - 7z^2 + 5z}{(z-2)^2(z-3)} = \frac{z}{(z-2)^2} + \frac{2z}{z-3}$$

para: a) $|z| < 2$; b) $|z| > 3$; c) $2 < |z| < 3$
a)

$$Y(z) = X(z^{-1}) = \frac{z^{-1}}{(z^{-1}-2)^2} + \frac{2z^{-1}}{z^{-1}-3} = (1/4)\frac{z}{(z-1/2)^2} - (2/3)z^{-1}\frac{z}{z-1/3}$$

$$y[n] = (1/4)n(1/2)^{n-1}u[n] - (2/3)(1/3)^{n-1}u[n-1] = n(1/2)^{n+1}u[n] - 2(1/3)^n u[n-1]$$

$$x[n] = y[-n] = -n2^{n-1}u[-n] - 2(1/3)^n u[-n-1] = \big(-(1/2)n2^n - 2(3)^n\big)u[-n-1]$$

b) $(n2^{n-1} + 2(3^n))u[n]$ c) $n2^{n-1}u[n] - 2(3^n)u[-n-1]$;

3ª Questão: A distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ associada aos números de um dado é

$$\Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{k}{21} \ , \ k = 1, \ldots, 6$$

a) Determine a transformada Z da variável $\mathbb{X}$, isto é, $\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\}$

b) Determine a média de $\mathbb{X} = 13/3$ c) Determine a variância de $\mathbb{X} = 21 - (13/3)^2 = 20/9$

4ª Questão: a) Determine a solução forçada de: $y[n+2] - y[n] = n^2$, $y[0] = 0$, $y[1] = 1$

$$y_f[n] = \frac{1}{6}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n$$

b) Determine a solução

$$y[n] = \frac{1}{6}(n^3 - 3n^2 + 2n - 3(-1)^n + 3) = \frac{1}{6}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n - \frac{1}{2}(-1)^n + \frac{1}{2}$$

c) Obtenha uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais cuja solução seja solução da equação não homogênea descrita no item b).

$$(p-1)^4(p+1)y[n] = 0 \ , \ y[0] = 0, y[1] = 1, y[2] = 0, y[3] = 2, y[4] = 4$$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso do sistema

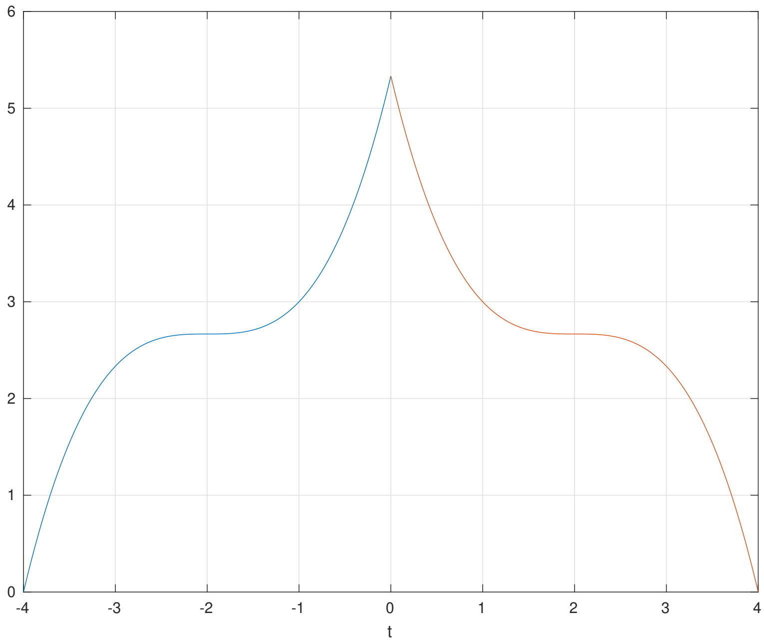
$$y(t) = \int_{t-2}^{t+2} x(\beta-2)(t-\beta+2)^2 d\beta, \qquad h(t) = t^2 G_4(t)$$

b) Classifique quanto à: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.
linear, variante no tempo ($y(t) \neq h(t) * x(t)$), não causal e bibo-estável

c) Determine e esboce a resposta do sistema para a entrada $x(t) = G_4(t)$, sendo a função *gate* de largura T definida como $G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2)$, com $u(t)$ a função degrau contínua

$$\mathcal{I}_h(t) = \frac{(t^3+8)}{3} G_4(t) + \frac{16}{3} u(t-2)$$

$$\begin{aligned} h(t) * G_4(t) &= \mathcal{I}_h(t+2) - \mathcal{I}_h(t-2) \\ &= \frac{\big((t+2)^3+8\big)}{3} G_4(t+2) + \frac{16}{3} u(t) - \frac{\big((t-2)^3+8\big)}{3} G_4(t-2) - \frac{16}{3} u(t-4) \\ &= \frac{\big((t+2)^3+8\big)}{3} G_4(t+2) + \frac{\big(16-(t-2)^3-8\big)}{3} G_4(t-2) \end{aligned}$$



6ª Questão: Determine e esboce $\{g_1(t), g_2(t), g_3(t)\}$ ortogonais que gerem o mesmo espaço que as funções

$$f_1(t) = G_3(t-1.5) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-1) \quad , \quad f_3(t) = G_2(t-2)$$

$$g_1 = f_1 \ , \ g_2 = f_2 - \frac{2}{3} g_1 \ , \ g_3 = f_3 - \frac{2}{3} g_1 - \frac{-1/3}{2/3} g_2$$

7ª Questão: Determine os coeficientes da série exponencial de Fourier de

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t-k4) \quad , \quad p(t) = G_1(t+0.5) + (t-1)G_1(t-0.5)$$

$$\omega_0 = \pi/2 \ , \ 4c_k = \frac{-2+\exp(jk\pi/2)}{jk\pi/2} - \frac{4}{k^2\pi^2}\big(1-\exp(-jk\pi/2)\big)$$