

Segunda Parte

Nome:

RA:

2ª Questão: Encontre uma expressão analítica para a inversa da matriz A , escrita em termos das potências de A , para

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -12 & 5 \end{bmatrix}$$

1) (3.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	

PO) _____

3ª Questão: Determine $\exp(At)$ para

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -12 & 5 \end{bmatrix}$$

usando a forma de Jordan.

4ª Questão: Considere o sistema de equações abaixo, no qual a é um parâmetro real.

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 2 \\ x + y + az = -3 \end{cases}$$

a) Mostre que para $a = 1$ o sistema não possui solução.

b) Determine o(s) valor(es) de a (ou os intervalos de valores) para que o sistema possua uma única solução.

5ª Questão: Considere uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ com autovalores λ_i , $i = 1, \dots, n$. Mostre que

$$\text{Traço}(A) = \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

Obs.: $\text{Traço}(M) = \sum_{i=1}^n m_{ii}$ (soma dos elementos da diagonal); $\text{Traço}(AB) = \text{Traço}(BA)$

6ª Questão: Considere um sistema linear descrito na forma de Jordan

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad ; \quad y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 3 & \beta & 0 \\ 1 & 0 & \beta \\ 11 & 10 & 1 \\ 2 & \beta & 0 \\ \beta - 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \beta \\ 1 & \beta & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 9 & 2 & 0 & \beta & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & \beta & -\beta & 0 & \beta & 0 & \beta & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

Determine os valores de β para os quais o sistema não é controlável nem observável.

7ª Questão: Determine um ganho de realimentação de estados $u = -Kx$ para o sistema abaixo de maneira a alocar os autovalores de $A - BK$ em -3 e -4

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

8ª Questão: Considere o sistema abaixo

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1] x$$

- O sistema é estável no sentido de Lyapunov? Justifique.
- O sistema é assintoticamente estável? Justifique.
- O sistema é BIBO-estável? Justifique.