1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

P1) ____________

Nome: ....

RA: ....

1ª Questão: Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 4}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Qual o rank de A?

b) Qual a dimensão do espaço nulo de A?

c) Obtenha uma base para $\mathcal{R}(A)$ (range de A)

d) Obtenha uma base para $\mathcal{N}(A)$ (espaço nulo de A)

2ª Questão: Considere o sistema de equações $Ax = b$ com A e b dados por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Obtenha uma expressão para a solução geral do sistema (combinação linear de uma solução particular e de vetores do espaço nulo de A).

3ª Questão: Considere a base B para polinômios de grau menor ou igual a 2 formada pelos vetores $\{1, t, t^2\}$.

a) Encontre a representação β do vetor $p(t) = 4t^2 + 2t + 3$ na base B.

b) Encontre a matriz P que leva a representação β de um vetor $p(t)$ na base B para $\bar{\beta}$ na base $\bar{B} = \{1, 1+t, 1+t+t^2\}$.

4ª Questão: O polinômio característico de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$ é $\Delta(\lambda) = (\lambda - 3)^5$ e o polinômio mínimo é $\phi(\lambda) = (\lambda - 3)^3$. Quais as possíveis formas de Jordan da matriz?

5ª Questão: Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine α_0 e α_1 tais que $g(A) = \alpha_0\mathbf{I} + \alpha_1 A = A^{521}$ e compute A^{521} utilizando o polinômio $g(A)$.

6ª Questão: A matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

possui o polinômio característico $\Delta(\lambda) = (\lambda - 3)^3$. Qual é a forma de Jordan $\hat{A}$ da matriz? Determine a matriz Q tal que $AQ = Q\hat{A}$.

7ª Questão: O polinômio característico de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ é dado por $\Delta(\lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 + 4\lambda + 1$. Determine $A^2 + A^{-1}$ em função de potências da matriz A.

8ª Questão: Determine os valores de α e β para que a matriz abaixo seja definida positiva

$$M = \begin{bmatrix} 10 & \alpha & 0 \\ \alpha & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

9ª Questão: Mostre que matrizes similares possuem o mesmo traço.

10ª Questão: Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$$

com a e b reais.

a) Encontre os autovalores λ_1 e λ_2 da matriz A

b) Mostre que $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ são autovetores de A independentemente dos valores de a e b