Segunda Parte

Nome: ....

RA: ....

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

P1) ____________

2ª Questão: Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 4}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Qual o rank de A?

b) Qual a dimensão do espaço nulo de A?

c) Obtenha uma base para $\mathcal{R}(A)$ (range de A)

d) Obtenha uma base para $\mathcal{N}(A)$ (espaço nulo de A)

3ª Questão: Considere a base B para polinômios de grau menor ou igual a 3 formada pelos vetores $\{1, s-1, s^2-2, s^3-s\}$.

a) Encontre a representação β do vetor $x(s) = 5s^3 + 2s^2 - 2s + 1$ na base B.

b) Encontre a matriz P que leva a representação β de um vetor $x(s)$ na base B para $\bar{\beta}$ na base $\bar{B} = \{1, s, s^2, s^3\}$.

4ª Questão: No sistema de equações abaixo, α é um parâmetro real. Determine, se houver, o(s) valor(es) de α para o(s) qual(is) o sistema tem solução.

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -x + y = 1 \\ 3x + 2y = \alpha \end{cases}$$

5ª Questão: Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Obtenha a representação de A na forma de Jordan, isto é, $\hat{A}$ e Q tais que $\hat{A} = Q^{-1}AQ$.

6ª Questão: Compute $f(A) = \exp(-At)$ para

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Uma matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ e sua inversa A^{-1} se relacionam da seguinte forma

$$A^{-1} - A = -3A^{-1}$$

Assumindo por hipótese que A tem autovalores distintos, qual é o polinômio característico de A?

8ª Questão: Determine os valores de β para que a matriz abaixo seja definida positiva

$$M = \begin{bmatrix} 5 & \beta \\ \beta & 1 \end{bmatrix}$$

9ª Questão: Considere os vetores v_1 e v_2 dados por

$$v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

a) Os vetores formam uma base para o $\mathbb{R}^2$? Justifique.
b) Obtenha, a partir de $V = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}$, uma base ortonormal (se for possível). Represente graficamente.

10ª Questão: Considere uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simétrica (isto é, $A = A'$). Mostre que os autovalores associados a autovetores à esquerda de A, isto é, λ tais que $y'A = \lambda y'$, $y \neq 0$, são reais.