Prova P3: 30 de Junho de 2000 Prof.: Pedro Peres

Nome: .... **RA:** ....

3.0 **1ª Questão:** Considere o sistema linear dado por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

a) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho de realimentação de estados ($u = Kx$) $K \in \Re^{1\times 2}$ que aloque os autovalores do sistema em malha fechada ($A+BK$) em -2, -3.

b) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho g (escalar) de realimentação de saída ($u = gy$) que realiza a mesma alocação.

c) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho $L \in \Re^{2\times 1}$ do estimador de estados de ordem completa dado por

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

que leve o erro $\tilde{x} \triangleq x - \hat{x}$ assintoticamente para zero alocando os autovalores da matriz dinâmica do erro do observador em -5 e -6.

d) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), uma transformação de similaridade $\bar{x} = Px$ que coloque a saída do sistema na forma

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}$$

e) Encontre, se possível (se não for possível, justifique), o ganho $\bar{L} \in \Re^{1\times 1}$ do estimador de estados de ordem reduzida dado por

$$\dot{z} = \left(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12}\right) z + \left[\left(\bar{A}_{22} - \bar{L}\bar{A}_{12}\right)\bar{L} + \left(\bar{A}_{21} - \bar{L}\bar{A}_{11}\right)\right] y + \left(\bar{B}_2 - \bar{L}\bar{B}_1\right) u$$

$$\hat{\bar{x}} = \begin{bmatrix} y \\ z + \bar{L}y \end{bmatrix}, \qquad \hat{x} = P^{-1}\hat{\bar{x}} = Q\hat{\bar{x}}$$

sendo as partições obtidas após aplicar-se a transformação de similaridade P do item d)

$$\bar{A} = PAP^{-1} \quad ; \quad \bar{B} = PB \quad ; \quad \bar{C} = CP^{-1}$$

Aloque, se possível, o autovalor que governa a dinâmica do erro em -10

2.0 **2ª Questão:** Analise a controlabilidade do sistema linear variante no tempo dado por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} t & -1 & 0 \\ 0 & -t & t \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

2.0 **3ª Questão:** Analise a controlabilidade e a observabilidade do sistema

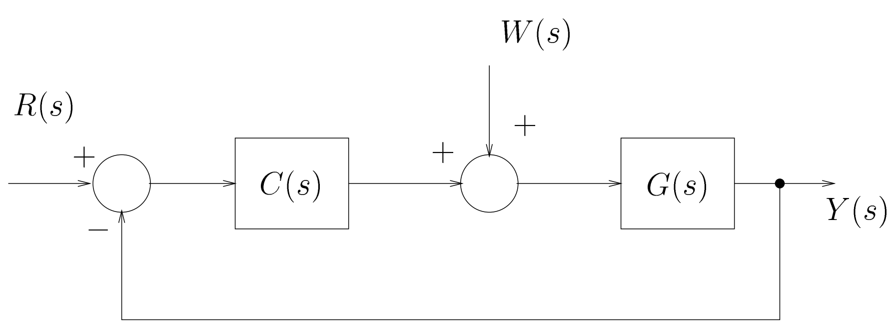
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

3.0 **4ª Questão:** Considere o sistema linear descrito pela função de transferência

$$G(s) = \frac{2s+1}{2s-2}$$

e o esquema de realimentação unitária mostrado na figura abaixo.



Obtenha, se possível (se não for possível, justifique) os seguintes controladores:

a) $C_0(s) \triangleq k = \dfrac{B_0}{A_0}$ alocando o pólo do sistema em malha fechada em -2

b) $C_1(s)$ estritamente próprio de ordem 1, alocando os pólos em -1 e -2

c) Monte a equação para a obtenção dos coeficientes do controlador $C_m(s)$ próprio que assegura rastreamento assintótico para qualquer entrada em degrau, rejeição de ruídos para

$$W(s) = \frac{s}{(s+1)(s-2)}$$

e aloca os pólos de malha fechada em -1, -1, -1, -1 e -2