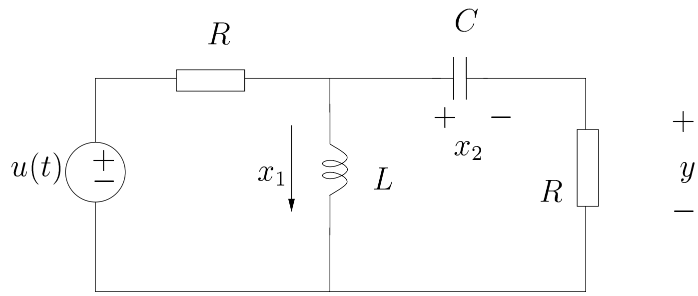
Prova P2: 30 de Maio de 2001 Prof.: Pedro Peres

Nome: .... **RA:** ....

1.0 **1ª Questão:** Considere o circuito abaixo, no qual as variáveis de estado são x_1 (corrente no indutor) e x_2 (tensão no capacitor), $u(t)$ é uma fonte de tensão e a saída y é a tensão indicada no circuito.



Obtenha as equações de estado na forma

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad ; \quad y = Cx + Du \quad \text{com} \quad x \triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

2.0 **2ª Questão:** Considere o sistema descrito por

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \; ; \; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \; ; \; C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Obtenha a função de transferencia $G(s)$ que descreve o sistema

b) Obtenha a resposta ao impulso $G(t)$ (condições iniciais nulas)

c) Obtenha $\exp(At)$

d) Obtenha solução $y(t)$ para entrada nula ($u = 0$) e condição inicial $x_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

2.0 **3ª Questão:** Considere o sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -8 & -4 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} x$$

a) O sistema é controlável? Justifique.

b) O sistema é observável? Justifique.

c) Obtenha a função de transferência para o sistema, fazendo os cancelamentos de pólos e zeros de maneira a obter a mínima ordem.
[Dica: os autovalores de A são -1, -3 e -4.]

d) Se possível, obtenha outro sistema (outra representação de estado) com ordem menor e que forneça a mesma função de transferência.

1.5 **4ª Questão:** Considere o sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix} x$$

a) O sistema é controlável? Justifique.

b) Encontre, se possível, uma transformação de similaridade $\bar{x} = Px$ que coloque o sistema na forma canônica controlável:

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{\bar{c}} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \bar{C}_c & \bar{C}_{\bar{c}} \end{bmatrix} \bar{x}$$

c) Encontre, se possível, uma equação de estado de ordem menor que possua a mesma função de transferência que o sistema original.

1.5 **5ª Questão:** Considere o sistema na forma canônica observável descrito por

$$\dot{x} = \left[\begin{array}{c|cc} -1 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}\right] x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

$$y = \left[\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 0 \end{array}\right] x$$

a) O sistema é estável no sentido de Lyapunov? Justifique.

b) O sistema é assintoticamente estável? Justifique.

c) O sistema é BIBO-estável? Justifique.

1.0 **6ª Questão:** Determine os intervalos de k_1 e k_2 para que o sistema representado pela função de transferência abaixo seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s+8}{s^3 + 2s^2 + (2+k_1)s + k_2}$$

1.0 **7ª Questão:** Um sistema linear dado por

$$\dot{x}(t) = Ax(t)$$

é absolutamente estável se admitir uma função de Lyapunov $v(x) = x'Px$ com $P > 0$ diagonal. Sistemas com essa propriedade são robustos em relação a perturbações de uma certa classe e magnitude. Determine o intervalo de $\beta \in \mathbb{R}$ para o qual o sistema acima com

$$A = \begin{bmatrix} -2 & \beta \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

admite $P = \mathbf{I}$ (matriz identidade) como função de Lyapunov.