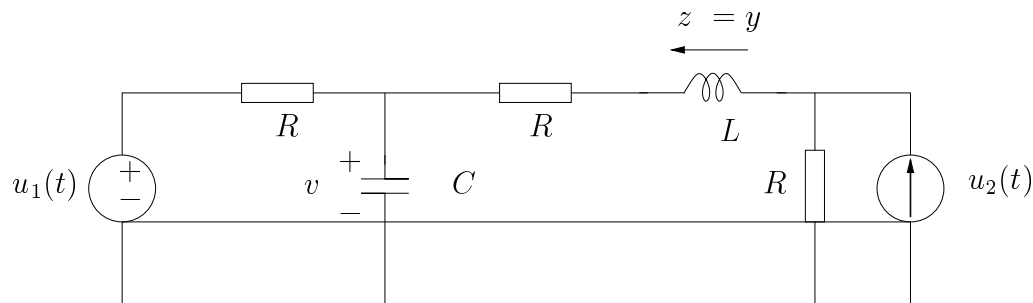


Prova P2: 19 de Maio de 2000

Prof.: Pedro Peres

Nome: RA:

- 3.0** **1ª Questão:** Considere o circuito abaixo, no qual as variáveis de estado são z (corrente no indutor) e v (tensão no capacitor), $u_1(t)$ é uma fonte de tensão, $u_2(t)$ é uma fonte de corrente, e a saída y é a própria corrente z do indutor.



- a) Considerando $R = 1 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$ e $L = 0.5 \text{ H}$, obtenha as equações de estado na forma

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad ; \quad y = Cx + Du \quad \text{com} \quad x \triangleq \begin{bmatrix} v \\ z \end{bmatrix} \quad ; \quad u \triangleq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

- b) Obtenha a matriz de transferência $G(s)$, isto é, $G(s)$ satisfaz

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

com $Y(s)$ a transformada de Laplace da saída $y(t)$ e $U(s)$ o vetor da transformada de Laplace de $u(t)$.

- c) Obtenha a resposta $y(t)$ à entrada nula ($u_1 = u_2 = 0$) para condição inicial $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

- d) Obtenha a matriz resposta ao impulso $G(t)$

- 1.0** **2ª Questão:** Considere o sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3t & 0 \end{bmatrix} x$$

- a) Obtenha uma matriz fundamental

- b) Obtenha a matriz de transição de estados $\Phi(t, t_0)$

2.0 **3ª Questão:** Considere o sistema na forma canônica controlável descrito por

$$\dot{x} = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -1 \end{array} \right] x + \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right] u$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] x$$

- O sistema é estável no sentido de Lyapunov? Justifique.
- O sistema é assintoticamente estável? Justifique.
- O sistema é BIBO-estável? Justifique.

2.0 **4ª Questão:** Considere o sistema

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix} ; \quad C = [1 \ \beta]$$

- Determine (se existir) o(s) valor(es) de α para que o sistema deixe de ser controlável;
- Determine (se existir) o(s) valor(es) de β para que o sistema deixe de ser observável;

1.0 **5ª Questão:** Determine (se existir) o intervalo de k para o qual o sistema representado pela função de transferência abaixo seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s + 2}{s^3 + 2s + s + k}$$

1.0 **6ª Questão:** Considere o sistema não-linear

$$\dot{x} = -x^3$$

Utilizando $v(x) = x^2$ como função de Lyapunov para o sistema, conclua (se for possível) sobre sua estabilidade assintótica.