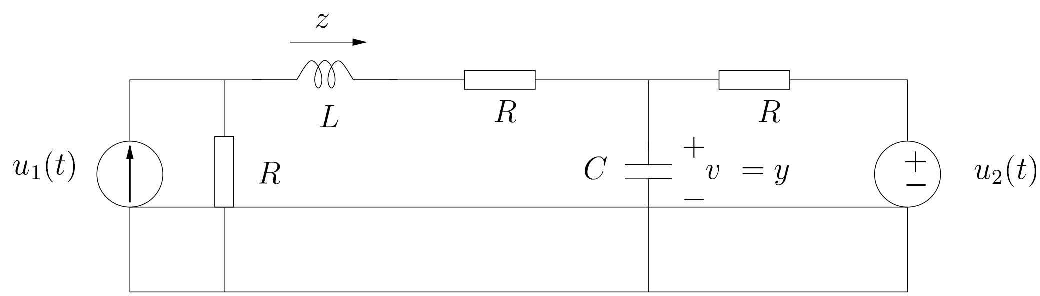
Prova P1: 14 de Abril de 2000 Prof.: Pedro Peres

Nome: .... **RA:** ....

2.0 **1ª Questão:** Considere o circuito abaixo, no qual as variáveis de estado são z (corrente no indutor) e v (tensão no capacitor), $u_1(t)$ é uma fonte de corrente, $u_2(t)$ é uma fonte de tensão, e a saída y é a própria tensão v do capacitor.



a) Obtenha as equações de estado na forma

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad ; \quad y = Cx + Du \quad \text{com} \quad x \triangleq \begin{bmatrix} v \\ z \end{bmatrix} \quad ; \quad u \triangleq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

b) Considerando $R = C = L = 1$, obtenha a matriz de transferência $H(s)$

$$Y(s) = H(s)U(s)$$

com $Y(s)$ a transformada de Laplace da saída $y(t)$ e $U(s)$ o vetor da transformada de Laplace de $u(t)$.

1.0 **2ª Questão:** Considere a transformação linear que roda um vetor no $\Re^2$ de 45 graus no sentido anti-horário e multiplica sua amplitude por $\sqrt{2}$, dada por:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Encontre a representação da transformação T na base $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

b) Encontre a representação da transformação T na base $\bar{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

c) Encontre a matriz de transformação P que leva uma representação na base B para uma representação na base $\bar{B}$

2.0 **3ª Questão:** Considere a matriz $A \in \Re^{3\times 5}$ dada por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Qual o rank de A ($\rho(A)$)?

b) Qual a dimensão do espaço nulo de A ($\nu(A)$)?

c) Obtenha uma base para $\mathcal{R}(A)$ (range de A)

d) Obtenha uma base para $\mathcal{N}(A)$ (espaço nulo de A)

1.0 **4ª Questão:** Para uma matriz qualquer $M \in \Re^{m\times n}$, mostre que um vetor $x \in \Re^{n\times 1}$ pertencente ao espaço nulo de M é ortogonal a um vetor $y \in \Re^{n\times 1}$ pertencente ao range de M'.

1.0 **5ª Questão:** Determine a representação na Forma de Jordan J para a matriz A com polinômio característico $\Delta(\lambda)$ abaixo

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad ; \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 5)^3$$

2.0 **6ª Questão:** Determine A^{57} para

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Usando um polinômio matricial

b) Usando a forma de Jordan

1.0 **7ª Questão:** Obtenha uma expressão analítica para A^{-1} em função de potências da matriz A para

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$