1ª Questão: Determine, para o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação abaixo, a solução forçada para a entrada $x(t) = (2+j) + \exp(2t)\exp(jt)$

$$\ddot{y} - 5y = 3x$$

$$H(s) = \frac{3}{s^2-5}, \quad y_f(t) = H(0)(2+j) + H(2+j)\exp((2+j)t) = \frac{-3}{5}(2+j) + \left(\frac{3}{-2+4j}\right)\exp((2+j)t)$$

2ª Questão: Determine a transformada inversa (bilateral) de Laplace $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ para

$$X(s) = \frac{3s^2+25s+42}{(s+3)^2(s+1)}, \quad -3 < \text{Re}(s) < -1$$

$$X(s) = \frac{3s^2+25s+42}{(s+3)^2(s+1)} = \frac{3}{(s+3)^2} - \frac{2}{s+3} + \frac{5}{s+1}$$

$$x(t) = (3t-2)\exp(-3t)u(t) - 5\exp(-t)u(-t)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt, \quad x(t) = t\exp(-t)\cos^2(t)u(t)$$

$$x(t) = \frac{1}{2}t\exp(-t)\cos(2t)u(t) + \frac{1}{2}t\exp(-t)u(t), \quad I = \mathcal{L}\{X(s)\}\Big|_{s=0}$$

pois $s=0$ pertence ao domínio de existência da transformada. Assim,

$$\mathcal{L}\{\frac{1}{2}t\exp(-t)\cos(2t)u(t)\} = (-1)\frac{1}{2}\frac{d}{ds}\left(\frac{(s+1)}{(s+1)^2+4}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s^2+2s+5} - \frac{(s+1)(2s+2)}{(s^2+2s+5)^2}\right)$$

$$\mathcal{L}\{\frac{1}{2}t\exp(-t)u(t)\} = \frac{1}{2}\frac{1}{(s+1)^2}, \quad I = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{25}\right) + \frac{1}{2} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

4ª Questão: Determine, para o sinal causal cuja transformada (unilateral) de Laplace é dada por

$$Y(s) = \frac{3s^4+16s^3+48s^2+99s+216}{s(s^2+9)(s^2+5s+6)}, \quad \text{Re}(s) > 0$$

a) o valor final $y(+\infty) = \lim_{t\to+\infty} y(t) \nexists$ b) o valor inicial $y(0^+) = \lim_{t\to 0^+} y(t) = \lim_{s\to+\infty} sY(s) = 3$

5ª Questão: Determine: a) $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ (transformada de Laplace unilateral) da solução da equação diferencial

$$\ddot{y} + 2\dot{y} - 15y = 0, \quad y(0), \dot{y}(0) \text{ dados}$$

b) $y(t)$ (solução da equação(para $y(0) = 1, \dot{y}(0) = 35$ e $t \geq 0$

$$(s^2+2s-15)Y(s) = sy(0) + \dot{y}(0) + 2y(0), \quad Y(s) = \frac{sy(0)+\dot{y}(0)+2y(0)}{(s-3)(s+5)}$$

$$Y(s) = \frac{s+37}{(s-3)(s+5)} = \frac{5}{s-3} - \frac{4}{s+5}, \quad y(t) = \big(5\exp(3t) - 4\exp(-5t)\big)u(t)$$

6ª Questão: Determine a resposta à rampa $y_r(t)$ (isto é, entrada $x(t) = tu(t)$ e condições iniciais nulas) para o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 10y = 2\dot{x} + 10x$$

$$Y_r(s) = \left(\frac{2s+10}{s^2+2s+10}\right)\frac{1}{s^2} = \left(\frac{2s+10}{(s+1)^2+3^2}\right)\frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2} + \left(\frac{-1}{3}\right)\frac{3}{(s+1)^2+3^2}$$

$$y_r(t) = \big(t - \frac{1}{3}\exp(-t)\,\text{sen}(3t))\big)u(t)$$

7ª Questão: a) Determine a solução forçada para o sistema linear invariante no tempo dado por

$$p^2(p+4)y = 40, \quad p = \frac{d}{dt}$$

b) Determine a solução para $y(0) = -1$, $\dot{y}(0) = 14$, $\ddot{y}(0) = -54$

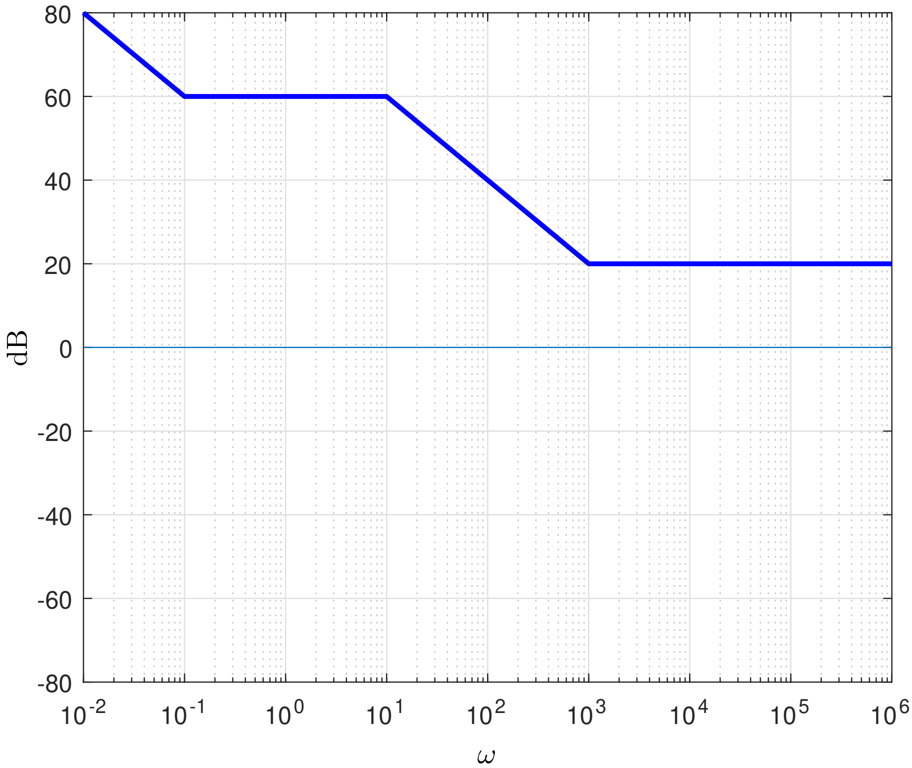
$$y_f(t) = 5t^2 \quad y(t) = 5t^2 - 2t + 3 - 4\exp(-4t)$$

8ª Questão: Determine a equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem como solução

$$y(t) = 5t\cos(2t)$$

$$(p^2+4)^2 y = 0, \quad y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 5,\ \ddot{y}(0) = 0,\ \dddot{y}(0) = -60$$

9ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema linear invariante no tempo de fase mínima cujo diagrama assintótico de Bode (em escala logarítmica) é dado por



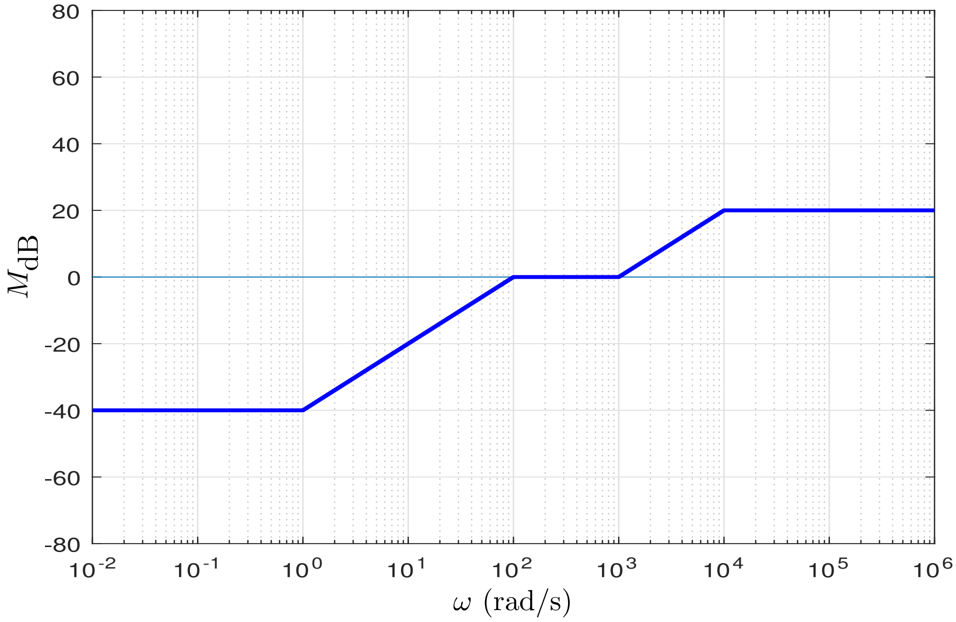
$$H(s) = \frac{10(s+0.1)(s+1000)}{s(s+10)}$$

b) Pelo diagrama, determine as amplitudes da saída para a entrada $x(t) = 20\cos(100t) + 5\,\mathrm{sen}(3t)$

$$y(t) = 2000\cos(100t) + 5000\,\mathrm{sen}(3t)$$

10ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{10(s+1)(s+1000)}{(s+100)(s+10000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.