EA616 — Análise Linear de Sistemas
Resolução de Equações de Estado
Introdução

Pedro L. D. Peres

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

Resolução da Equação de Estado

- Sistema Linear Invariante no Tempo

$$\dot{v} = Av + bx$$
$$y = cv + dx$$

$$v \in \mathbb{R}^n, \quad x \in \mathbb{R}, \quad y \in \mathbb{R}, \qquad A \in \mathbb{R}^{n\times n}, \quad b \in \mathbb{R}^{n\times 1}, \quad c \in \mathbb{R}^{1\times n}$$

- Dados $x(t)$ (entrada) e $v(0) \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ (condição inicial):

$$\Rightarrow \quad \text{determine:} \;\; v(t) \;\; (\text{e } y(t) = cv(t) + dx(t))$$

Equação Homogênea

- Equação diferencial (vetorial) homogênea de primeira ordem

$$\dot{v} = Av, \quad v(0) \in \mathbb{R}^n$$

  - Pode ser transformado em equações diferenciais de ordem superior e resolvido;
  - Pode ser resolvido por Laplace (e decomposição em frações parciais).

SLIT

A solução é a combinação linear dos modos próprios do sistema.

Equação Homogênea

- Laplace

$$sV(s) - v(0) = AV(s), \quad sV(s) - AV(s) = v(0) \quad \Rightarrow \quad V(s) = (sI - A)^{-1} v(0)$$

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{\det(sI - A)} \text{Adj}(sI - A) = \frac{1}{\det(sI - A)} \big(\text{Co}(sI - A)\big)'$$

- Modos próprios: dependem das raízes de $\det(sI - A) = 0$

$$Av = \lambda v \quad \Rightarrow \quad (A - \lambda I)v = 0, \quad v \in \mathbb{C}^{n\times 1} \begin{cases} \lambda \in \mathbb{C} \text{ autovalor} \\ v \neq 0 \text{ autovetor} \end{cases}$$

$$\Delta(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0 \quad \text{(Equação Característica)}$$

Equação Homogênea

Solução

A solução $v(t)$ é um vetor com elementos formados por combinações lineares dos modos próprios do sistema.