1ª Questão: Determine, para o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação abaixo, a solução forçada para a entrada
$x(t) = 5 + \cos(2t)$

$$\ddot{y} + 10y = x$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2+10}, \quad y_f(t) = H(0)5 + H(j2)\cos(2t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\cos(2t)$$

2ª Questão: Determine a transformada inversa (bilateral) de Laplace $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ para

$$X(s) = 5\frac{(s-4)}{(s-4)^2+3^2}, \quad \mathrm{Re}(s) < 4$$

$$Y(s) = X(-s) = 5\frac{(-s-4)}{(-s-4)^2+3^2} = -5\frac{(s+4)}{(s+4)^2+3^2}, \quad \mathrm{Re}(-s) < 4 \ \Rightarrow \mathrm{Re}(s) > -4$$

$$y(t) = -5\exp(-4t)\cos(3t)u(t), \quad x(t) = y(-t) = -5\exp(4t)\cos(3t)u(-t)$$

3ª Questão: Determine a transformada (bilateral) inversa de Laplace $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ para

$$X(s) = \frac{7s^2+44s+61}{(s+5)^2(s-3)}, \quad -5 < \mathrm{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = \frac{7s^2+44s+61}{(s+5)^2(s-3)} = \frac{-2}{(s+5)^2} + \frac{3}{s+5} + \frac{4}{s-3}$$

$$\Rightarrow x(t) = \big(-2t+3\big)\exp(-5t)u(t) - 4\exp(3t)u(-t)$$

4ª Questão: Determine, para o sinal causal cuja transformada (unilateral) de Laplace é dada por

$$Y(s) = \frac{6s^3+24s^2+39s+25}{s(s+1)(s^2+4s+5)}, \quad \mathrm{Re}(s) > 0$$

a) o valor final $y(+\infty) = \lim_{t\to+\infty} y(t)$ b) o valor inicial $y(0^+) = \lim_{t\to 0^+} y(t)$

$$y(+\infty) = \lim_{t\to+\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = 5, \quad y(0^+) = \lim_{t\to 0^+} y(t) = \lim_{s\to+\infty} sY(s) = 6$$

5ª Questão: Determine: a) $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ (transformada de Laplace unilateral) da solução da equação diferencial

$$\ddot{y} + 5\dot{y} + 6y = \exp(-2t)u(t), \quad y(0) = 2, \ \dot{y}(0) = 5$$

b) $y(t)$ (solução da equação para $t \geq 0$)

$$(s^2 + 5s + 6)Y(s) = \frac{1}{s+2} + sy(0) + \dot{y}(0) + 5y(0), \quad Y(s) = \frac{2s^2 + 19s + 31}{(s+2)^2(s+3)}$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s+2)^2} + \frac{10}{s+2} - \frac{8}{s+3}, \quad y(t) = \big((t+10)\exp(-2t) - 8\exp(-3t)\big)u(t)$$

6ª Questão: Determine a resposta à rampa $y_r(t)$ (isto é, entrada $x(t) = tu(t)$ e condições iniciais nulas) para o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = 16\dot{x} + 40x$$

$$Y_r(s) = \left(\frac{16s + 40}{s^2 + 3s + 2}\right)\frac{1}{s^2} = \frac{16s + 40}{(s+1)(s+2)s^2} = \frac{20}{s^2} - \frac{22}{s} + \frac{24}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

$$y_r(t) = \big(20t - 22 + 24\exp(-t) - 2\exp(-2t)\big)u(t)$$

7ª Questão: a) Determine a solução forçada para o sistema linear invariante no tempo dado por

$$(p^2 + 4)y = \cos(2t), \quad p = \frac{d}{dt}$$

b) Determine a solução para $y(0) = \dot{y}(0) = 10$

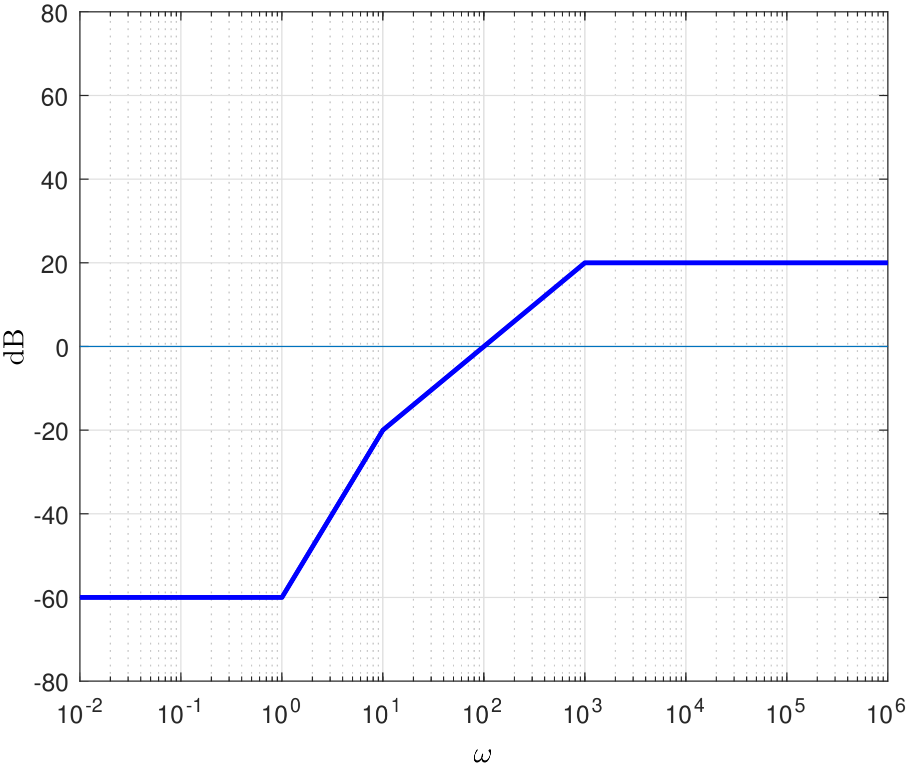
$$y_f(t) = \frac{1}{4}t\ \mathrm{sen}(2t), \quad y(t) = \frac{1}{4}t\ \mathrm{sen}(2t) + 5\ \mathrm{sen}(2t) + 10\cos(2t)$$

8ª Questão: Determine a equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a mesma solução da equação

$$(p+2)y = t\exp(-2t), \quad y(0) = 5$$

$$(p+2)^3 y = 0, \quad y(0) = 5, \ \dot{y}(0) = -10, \ \ddot{y}(0) = 21$$

9ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema linear invariante no tempo de fase mínima cujo diagrama assintótico de Bode (em escala logarítmica) é dado na figura abaixo



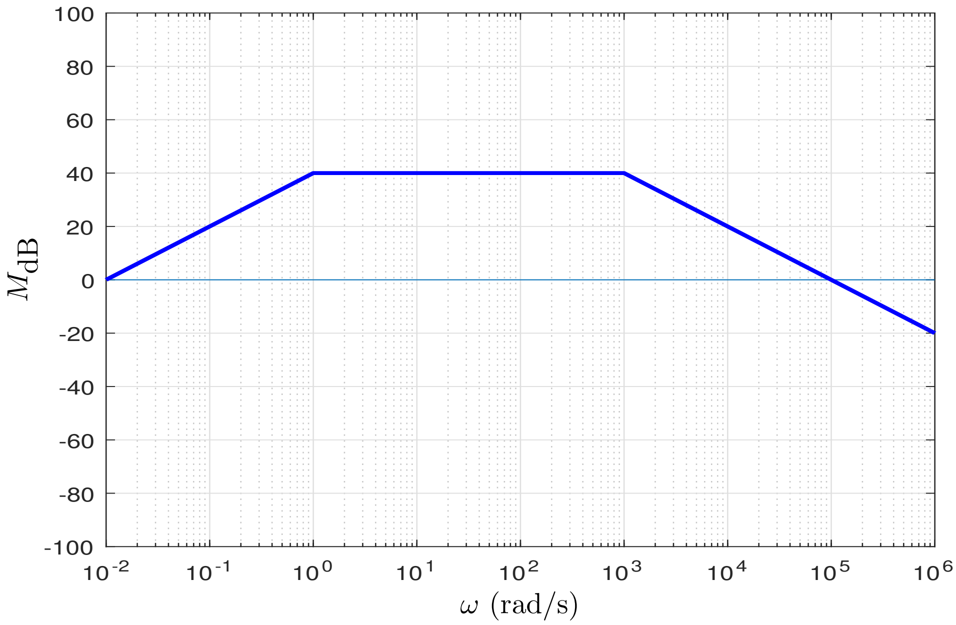
$$H(s) = 10^{-3}\left((s+1)^2\right)\left(\frac{10}{s+10}\right)\left(\frac{1000}{s+1000}\right) = \frac{10(s+1)^2}{(s+10)(s+1000)}$$

b) Usando o diagrama, determine a amplitude do sinal de saída para uma entrada $x(t) = \cos(1000t)$

$$y(t) = 10\cos(1000t)$$

10ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{10^5 s}{(s+1)(s+1000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.