1ª Questão: Determine, para o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação abaixo, a solução forçada para a entrada
$x(t) = 10 + \text{sen}(t)$

$$\ddot{y} - y = x$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 - 1}, \quad y_f(t) = H(0)10 + H(j)\text{sen}(t) = -10 - \frac{1}{2}\text{sen}(t)$$

2ª Questão: Determine a transformada inversa (bilateral) de Laplace $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ para

$$X(s) = -3\frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2^2} + 5\frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}, \quad \text{Re}(s) < -1$$

$$Y(s) = X(-s) = -3\frac{(-s+1)}{(-s+1)^2 + 2^2} + 5\frac{2}{(-s+1)^2 + 2^2} =$$

$$= 3\frac{(s-1)}{(s-1)^2 + 2^2} + 5\frac{2}{(s-1)^2 + 2^2}, \quad \text{Re}(-s) < -1 \;\Rightarrow \text{Re}(s) > 1$$

$$y(t) = \exp(t)\big(3\cos(2t) + 5\text{sen}(2t)\big)u(t), \quad x(t) = y(-t) = \exp(-t)\big(3\cos(2t) - 5\text{sen}(2t)\big)u(-t)$$

3ª Questão: Determine a transformada (bilateral) inversa de Laplace $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ para

$$X(s) = \frac{2s^2 + 7s - 15}{(s-1)^2(s-4)}, \quad 1 < \text{Re}(s) < 4$$

$$X(s) = \frac{2s^2 + 7s - 15}{(s-1)^2(s-4)} = \frac{2}{(s-1)^2} - \frac{3}{s-1} + \frac{5}{s-4}$$

$$\Rightarrow x(t) = \big(2t - 3\big)\exp(t)u(t) - 5\exp(4t)u(-t)$$

4ª Questão: Determine, para o sinal causal cuja transformada (unilateral) de Laplace é dada por

$$Y(s) = \frac{(2s+1)(s-2)(5s-6)}{s(s^2+2s+2)(s+4)}$$

a) o valor final $y(+\infty) = \lim_{t\to+\infty} y(t)$ b) o valor inicial $y(0^+) = \lim_{t\to 0^+} y(t)$

$$y(+\infty) = \lim_{t\to+\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \frac{3}{2}, \quad y(0^+) = \lim_{t\to 0^+} y(t) = \lim_{s\to+\infty} sY(s) = 10$$

5ª Questão: Determine: a) $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ (transformada de Laplace unilateral) da solução da equação diferencial

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = \exp(-t)u(t), \quad y(0) = 4, \ \dot{y}(0) = 10$$

b) $y(t)$ (solução da equação para $t \geq 0$)

$$(s^2 + 3s + 2)Y(s) = \frac{1}{s+1} + sy(0) + \dot{y}(0) + 3y(0), \quad Y(s) = \frac{4s^2 + 26s + 23}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$Y(s) = \frac{1}{(s+1)^2} + \frac{17}{s+1} - \frac{13}{s+2}, \quad y(t) = \big((t+17)\exp(-t) - 13\exp(-2t)\big)u(t)$$

6ª Questão: Determine a resposta à rampa $y_r(t)$ (isto é, entrada $x(t) = tu(t)$ e condições iniciais nulas) para o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 8y = 96\dot{x} + 160x$$

$$Y_r(s) = \left(\frac{96s + 160}{s^2 + 6s + 8}\right)\frac{1}{s^2} = \frac{96s + 160}{(s+2)(s+4)s^2} = \frac{20}{s^2} - \frac{3}{s} - \frac{4}{s+2} + \frac{7}{s+4}$$

$$y_r(t) = \big(20t - 3 - 4\exp(-2t) + 7\exp(-4t)\big)u(t)$$

7ª Questão: a) Determine a solução forçada para o sistema linear invariante no tempo dado por

$$(p^2 + 9)y = 18 \ \mathrm{sen}(3t), \quad p = \frac{d}{dt}$$

b) Determine a solução para $y(0) = \dot{y}(0) = 0$

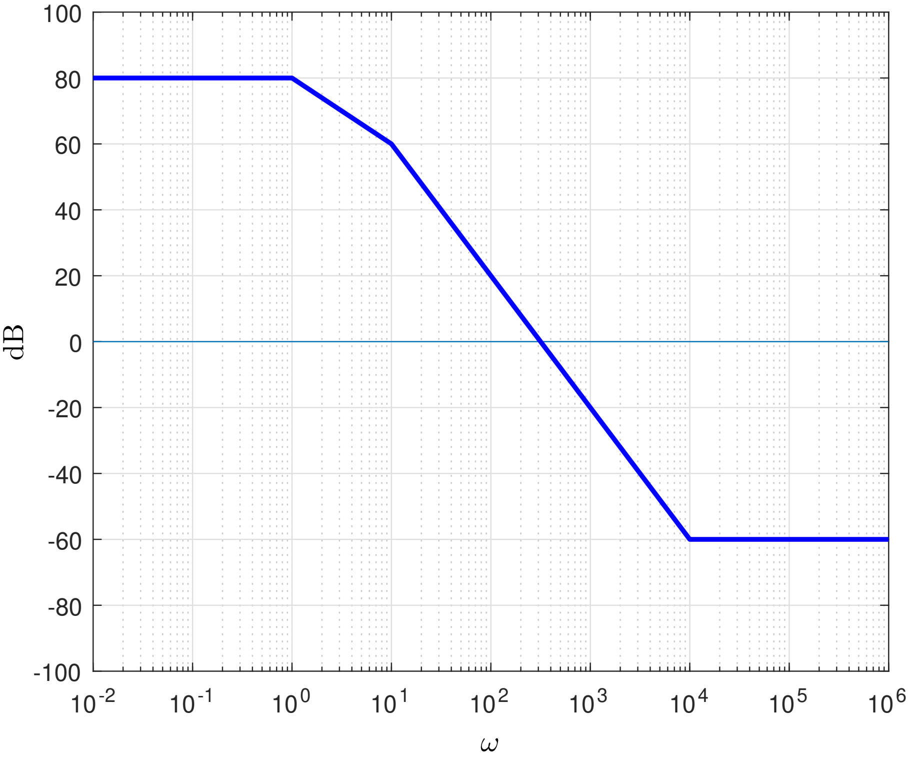
$$y_f(t) = -3t\cos(3t), \quad y(t) = -3t\cos(3t) + \ \mathrm{sen}(3t)$$

8ª Questão: Determine a equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a mesma solução da equação

$$p(p+1)y = t^2 + 2, \quad y(0) = -2, \ \dot{y}(0) = 4$$

$$p^4(p+1)y = 0, \quad y(0) = -2, \ \dot{y}(0) = 4, \ \ddot{y}(0) = -2, \ \dddot{y}(0) = 2, \ \ddddot{y}(0) = 0$$

9ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo de fase mínima cujo diagrama assintótico de Bode (em escala logarítmica) é dado na figura abaixo



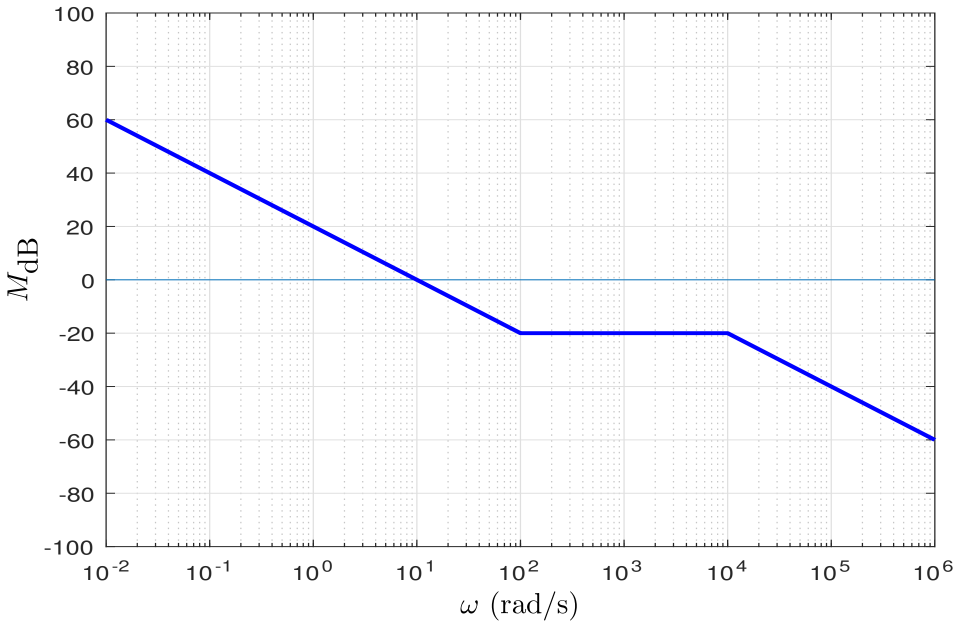
$$H(s) = 10^4\left(\frac{1}{s+1}\right)\left(\frac{10}{(s+10)}\right)\left(\frac{(s+10000)^2}{10000^2}\right) = \frac{10^{-3}(s+10000)^2}{(s+1)(s+10)}$$

b) Usando o diagrama, determine o sinal de saída para uma entrada $x(t) = \text{sen}(1000t)$

$$y(t) = 0.1\ \text{sen}(1000t)$$

10ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{10^3(s+100)}{s(s+10000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.