1ª Questão: Determine: a) A função de transferência do sistema

$$y[n+2] - 6y[n] = x[n+1]$$

b) A solução forçada para a entrada $x[n] = (5+j)$

$$H(z) = \frac{z}{z^2-6}, \quad y_f[n] = H(1)(5+j) = -\frac{1}{5}(5+j) = -1 - \frac{j}{5}$$

2ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2+8z}{z^2+6z+8} = \frac{z^2+8z}{(z+2)(z+4)}, \quad 2 < |z| < 4$$

$$X(z) = \frac{3z}{z+2} + \frac{-2z}{z+4}, \quad 2 < |z| < 4 \quad \Rightarrow x[n] = 3(-2)^n u[n] + 2(-4)^n u[-n-1]$$

3ª Questão: Determine $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n4^{-n}u[n]$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n4^{-n}u[n] = \mathcal{Z}\{n4^{-n}u[n]\}\Big|_{z=1} = \left(-z\frac{d}{dz}\right)\mathcal{Z}\{4^{-n}u[n]\}\Big|_{z=1} = \frac{z}{4(z-0.25)^2}\Big|_{z=1} = \frac{4}{9}$$

4ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta é

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X}=k\} = \frac{2z+z^2}{3(2-z)^3} \quad , \quad |z| < 2$$

a) $\Pr\{\mathbb{X}=1\}$

$$\Pr\{\mathbb{W}=1\} = \left(\frac{d}{dz}\right)\frac{2z+z^2}{3(2-z)^3}\Big|_{z=0} = \frac{1}{12}$$

b) A média $\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \displaystyle\sum_k k \Pr\{\mathbb{X}=k\}$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{X}=k\} = \left(z\frac{d}{dz}\right)\frac{2z+z^2}{3(2-z)^3}\Big|_{z=1} = 13/3$$

5ª Questão: Determine $H(z)$, isto é, a transformada Z da resposta ao impulso (causal) $h[n]$ do sistema descrito pela equação a diferenças

$$y[n+2] + 2y[n+1] - 3y[n] = 10x[n+2] + 22x[n+1]$$

b) Determine $h[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{H(z)\}$ (condições iniciais nulas)

$$(p^2+2p-3)y[n] = (10p^2+22p)x[n], \quad H(z) = \frac{N(p)}{D(p)}\Big|_{p=z} = \frac{10z^2+22z}{z^2+2z-3} = \frac{10z^2+22z}{(z-1)(z+3)}$$

$$H(z) = \frac{8z}{z-1} + \frac{2z}{z+3}, \quad h[n] = \big(8+2(-3)^n\big)u[n]$$

6ª Questão: a) Determine $Y(z) = \mathcal{Z}\{y[n]u[n]\}$, isto é, a transformada Z da sequência $y[n]u[n]$ solução para $n \geq 0$ da equação a diferenças

$$y[n+2] + 4y[n+1] + 4y[n] = 0, \quad y[0],\ y[1] \text{ dados}$$

b) Determine $y[n]$ para $y[0] = 5$, $y[1] = -4$

$$Y(z) = \frac{z^2y[0] + zy[1] + 4zy[0]}{(z+2)^2} = \frac{5z^2 + 16z}{(z+2)^2} = \frac{6z}{(z+2)^2} + \frac{5z}{z+2} \quad y[n] = (6n(-2)^{n-1} + 5(-2)^n)u[n]$$

7ª Questão: a) Determine a solução forçada de

$$y[n+2] - 4y[n+1] + 3y[n] = n+1$$

$$y_f[n] = \frac{1}{8}\Big(-2n^2 - 4n\Big) = -\frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{2}n$$

b) Determine a solução de

$$y[n+2] - 4y[n+1] + 3y[n] = n+1 \quad , \quad y[0] = 1\ ,\ y[1] = 1$$

$$y[n] = \frac{1}{8}\Big(-2n^2 - 4n + 5 + 3^{n+1}\Big) = -\frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{3}{8}3^n + \frac{5}{8}$$

8ª Questão: Determine uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais que produzem como solução a sequência

$$y[n] = (n^2+1)2^n$$

$$\bar{D}(p) = (p-2)^3, \quad (p^3 - 6p^2 + 12p - 8)y[n] = 0,\ y[0] = 1, y[1] = 4, y[2] = 20$$

9ª Questão: a) Determine os pontos de equilíbrio do sistema abaixo para $x = 1$

$$\dot{v} = (v-1)(v+2)(v+x), \quad v \in \mathbb{R}$$

$$(1),\ (-2),\ (-1)$$

b) Para cada ponto de equilíbrio, determine o jacobiano, isto é, o sistema linearizado (A e b) tais que em torno dos pontos de equilíbrio tenha-se

$$\dot{v} = Av + bx$$

caracterizando o comportamento como instável ou assintoticamente estável em cada ponto

$$A = [3v^2 + 4v - 1],\ b = [v^2 + v - 2]$$

$$(1) : A = [6], b = [0] \text{ (inst.)}, \quad (-2) : A = [3], b = [0] \text{ (inst.)}, \quad (-1) : A = [-2], b = [-2] \text{ (ass. est.)}$$

10ª Questão: Determine uma realização (A, b, c, d) para o sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial

$$\dddot{y} + 3\ddot{y} + 4\dot{y} + 5y = 10\dddot{x} + 9\ddot{x} + 8\dot{x} + 6x$$

$$(p^3 + 3p^2 + 4p + 5)y(t) = (10p^3 + 9p^2 + 8p + 6)x(t),\ p = \frac{d}{dt}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & -4 & -3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -44 & -32 & -21 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 10 \end{bmatrix}$$