Resolução Comentada PR3 1s-2018:

Questão 1:

$$\dot{v}_1 = v_2$$
$$\dot{v}_2 = -10v_1 + x$$

$$y = -40v_1 + 5x$$

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \rightarrow \dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \underbrace{-10}_{-\alpha_0} & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} \underbrace{-40}_{\beta_0} & 0 \end{bmatrix} v + [5] x$$

$$H(s) = \frac{-40}{s^2+10} + 5 = \frac{5s^2+10}{s^2+10}$$

$y_f(t) = ?$ para $x(t) = \cos(5t) + \sin(6t)$

$$y_f(t) = |H(5j)|\cos(5t) + |H(6j)|\sin(6t)$$

$$\boxed{y_f(t) = \frac{23}{3}\cos(5t) + \frac{85}{13}\sin(6t)}$$

Questão 2 :

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} v \qquad y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} v$$

$$\Delta(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 5)$$

$\hookrightarrow$ modos $\lambda = 2$, $\lambda = 5$

Para testar a observabilidade devemos ver se o rank $\left(\begin{vmatrix} A - \lambda I \\ C \end{vmatrix} \right) = n$

Para $\lambda = 2$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \text{rank} = 2$$

observável

Para $\lambda = 5$

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \text{rank} = 1$$

Não-observável

Questão 3 :

$$
\overbrace{\begin{array}{ccccccccccc}
0 & 1 & & & & & & & & & \\
0 & 0 & & & & & & & & & \\
 & & 2 & 1 & & & & & & & \\
 & & 0 & 2 & & & & & & & \\
 & & & & 3 & 1 & & & & & \\
 & & & & 0 & 3 & 1 & & & & \\
 & & & & & & 3 & & & & \\
 & & & & & & & 4 & 1 & & \\
 & & & & & & & 0 & 4 & & \\
 & & & & & & & & & 5 & 1 \\
 & & & & & & & & & 0 & 5
\end{array}}^{A}
\qquad
\begin{array}{c}
b \\ \shortparallel \\ \\ 2 \\ \\ -1 \\ \\ \\ 5 \\ \\ 1 \\ \\ 1
\end{array}
$$

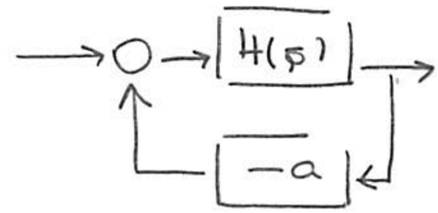
$$
y = \begin{array}{ccccccccccc}
1 & & 1 & & 0 & & & 1 & & 1 &
\end{array}
$$

a) Controlável $\rightarrow$ SIM, pois cada autovalor possui um único bloco de Jordan e a última linha de cada bloco corresponde a um valor de $b \neq 0$.

b) Observável $\rightarrow$ NÃO, pois a primeira coluna do bloco de $\lambda = 3$ corresponde a $c = 0$.

Questão 4:

sensibilidade de DC ($s=0$)
em malha fechada
em função de a, p/ $a=1$



$$H(s) = \frac{2a}{s^2+5as+a}$$

Malha fechada

$$G(s) = \frac{H(s)}{1+aH(s)} = \frac{\dfrac{2a}{s^2+5as+a}}{1+a\cdot\dfrac{2a}{s^2+5as+a}}$$

$$\left[\left(\frac{\partial G}{\partial a}\,\frac{a}{G}\right)\Bigg|_{s=0}\right]_{a=1}$$

$$G(s) = \frac{2a}{s^2+5as+a+2a^2}$$

$$\frac{\partial G(s)}{\partial a}\cdot\frac{a}{G} = \frac{s^2-2a^2}{s^2+5as+a+2a^2}\Bigg|_{\substack{s=0\\a=1}}$$

$$= \boxed{\frac{-2}{3}}$$

Questão 5:

$$D(s) = s^5 + 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 1s + 1$$

p^5	1	3	1
p^4	4	2	1
p^3	α	β	
p^2	γ	θ	
p^1	z		
p^0	ξ		

$$\alpha = \frac{4.3 - 2.1}{4}$$

$$\beta = \frac{4.1 - 1.1}{4}$$

$$\gamma = \frac{\alpha.2 - \beta.4}{\gamma}$$

$$\theta = \frac{\alpha}{\gamma}$$

$$z = \frac{\gamma.\beta - \alpha\theta}{\gamma}$$

$$\xi = \frac{z\theta}{z} = \theta$$

p^5	1	3	1
p^4	4	2	1
p^3	$10/4$	$3/4$	
p^2	$8/10$	1	
p^1	$-76/8$		
p^0	10		

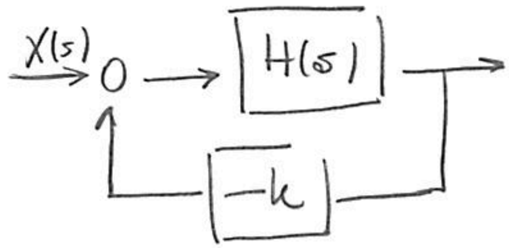
2 trocas
= 2 raízes c/ parte real > 0

1ª troca 2ª troca

sinais da 1° coluna = + + + + − +

Questão 6 :

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 7s + 10}$$



Malha fechada

$$G(s) = \frac{H(s)}{1 + kH(s)} = \frac{\frac{s^2 - s}{s^3 + 7s + 10}}{1 + k \cdot \frac{s^2 - s}{s^3 + 7s + 10}}$$

$$G(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + ks^2 + s(7-k) + 10} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

→ Para BIBO estabilidade os polos de $G(s)$ devem ter todos $Re(s) < 0$.

$$D(s) = s^3 + ks^2 + s(7-k) + 10$$

para garantir podemos aplicar a tabela de Routh.

$$
\begin{array}{lll}
p^3 & 1 & 7-k \\
p^2 & k & 10 \\
p^1 & \dfrac{7k-k^2-10}{k} & \\
p^0 & 10 &
\end{array}
$$

→ Primeira coluna deve haver componentes positivos, logo

$$k > 0 \quad e \quad \frac{7k-k^2-10}{k} > 0$$

$$k^2 - 7k + 10 < 0$$

$$\Delta = 49 - 40 = 9$$

$$k = \frac{7 \pm 3}{2} \nearrow \begin{matrix} k > 2 \\ k < 5 \end{matrix}$$

$$\boxed{2 < k < 5}$$

Questão 7:

A matriz A possui

- 3 blocos de Jordan de dimensão 1 $\lambda = 0$
- 1 bloco de Jordan " " " $\lambda = \pm j$
- 2 blocos de Jordan " " " $\lambda = \pm 2j$

Porém, todos os blocos de Jordan tem dimensão 1 $\longrightarrow$ ESTÁVEL.

Questão 8:

Definições que estão no cap. 20 (slides)

Questão 9:

$$H(s) = \frac{(s-1)^2}{s^2 (s+1)^2 (s+2)^2}$$

polós $\begin{cases} 2 \text{ em } 0 \\ 2 \text{ em } -1 \\ 2 \text{ em } -2 \end{cases}$

zeros $\begin{cases} 2 \text{ em } 1 \end{cases}$

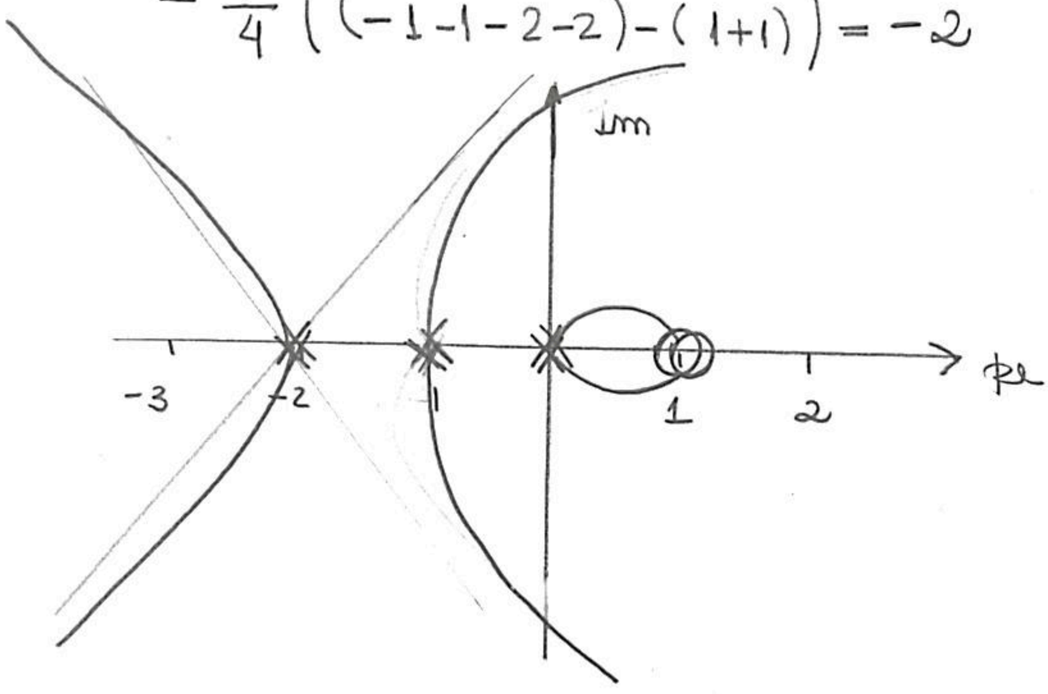
$\eta = 6 - 2 = 4$

4 assíntotas $\begin{cases} \pm \pi/4 \\ \pm 3\pi/4 \end{cases}$

Encontro das assíntotas

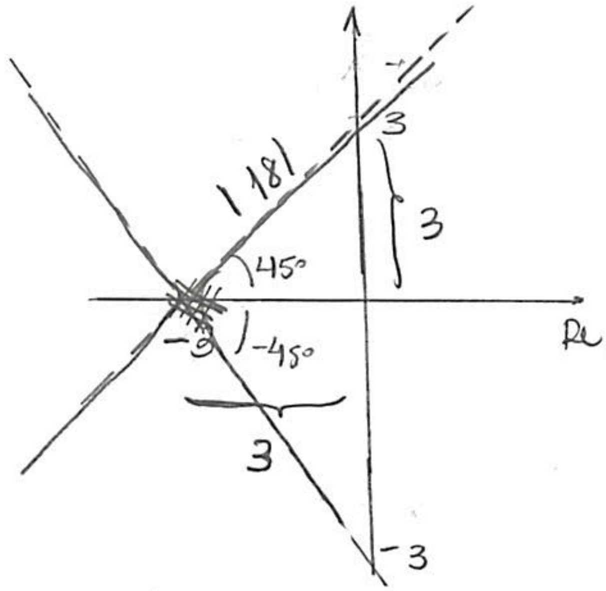
$$\frac{1}{\eta}\left(\sum Re(\lambda) - \sum Re(\gamma)\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left((-1-1-2-2)-(1+1)\right) = -2$$



Questão 10:

$$H(s) = \frac{L}{(s+3)^4}$$



4 pólos em -3

4 assíntotas

$$\frac{1}{n}\left(\Sigma(\lambda_j) - \Sigma(\gamma_j)\right) = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (-3)$$

$$= -3$$

$$\pm \pi/4, \ \pm 3\pi/4$$

→ Pela aproximação das assíntotas supõe-se que o cruzamento c/ o eixo Imaginário será em $\pm 3j$

$$\left[K < \sqrt{18} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{18} = 324 \right]$$