1ª Questão: Determine os valores de a e b para os quais o sistema abaixo deixa de ser controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} x$$

$$\det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) = \det \begin{bmatrix} a & 2a+b \\ b & 5b-2a \end{bmatrix} = -2a^2 + 3ab - b^2 = 0 \Rightarrow b = a, \; b = 2a$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos observáveis e não observáveis, controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} v, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 5)$$

Autovalores: 2 (não observável e não controlável) e 5 (controlável e observável), pois

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \ \mathrm{rank} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não observ.)}, \quad \mathrm{rank} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não contr.)}$$

$$M_5 = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, \ \mathrm{rank} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = 2 \text{ (observ.)}, \quad \mathrm{rank} \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (contr.)}$$

3ª Questão: O sistema abaixo: a) É controlável? b) É observável? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} v$$

$$\det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) = \det \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 11 & 53 \\ 1 & -2 & -26 \end{bmatrix} = 0 \text{ (Não cont.)} \qquad \det(\mathrm{Obsv}(A,c)) = \det \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 22 & 23 & 7 \end{bmatrix} = 1 \text{ (Obs.)}$$

4ª Questão: Determine o número de raízes do polinômio $D(p)$ com parte real positiva.

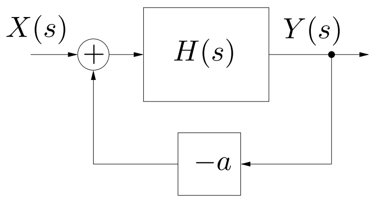
$$D(p) = p^5 + p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 5p + 2$$

$$\epsilon \to 0^+ : (+,+,+,-,-,+), \quad \epsilon \to 0^- : (+,+,-,-,-,+)$$

Duas trocas de sinal $\Rightarrow$ duas raízes com parte real positiva

1	3	5
1	3	2
ϵ	3	
$(3\epsilon - 3)/\epsilon$	2	
$(-2\epsilon^2 + 9\epsilon - 9)/(3\epsilon - 3)$		
2		

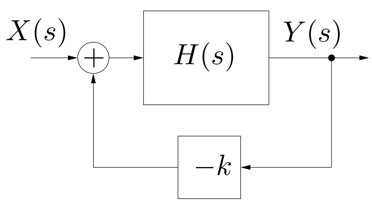
5ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1$



$$H(s) = \frac{2s + 5a}{s^2 + as + 2a}$$

$$G(s) = \frac{2s + 5a}{s^2 + 3as + 2a + 5a^2}, \ \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{-a(s^2 + 20as + 4s + 25a^2)}{(2s + 5a)(s^2 + 3as + 2a + 5a^2)}\Big|_{s=0} = \frac{-5a}{5a + 2}\Big|_{a=1} = -5/7$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 + s + 5}{s^3}, \quad D(s) = s^3 + ks^2 + ks + 5k \ , \ 5 < k$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} v$$

Estável, pois possui autovalores com parte real negativa ou autovalores com parte real nula e nenhum bloco de Jordan (ou modal de Jordan) de tamanho maior do que 1

8ª Questão: Certifique a estabilidade assintotica da origem e determine o domínio de estabilidade Ω (isto é, o conjunto no espaço de estados, em termos do parâmetro β) utilizando a função de Lyapunov $\psi(v) = v^2$ para $\dot{v} = 2\beta v^3 - v, \quad \beta > 0, v \in \mathbb{R}$

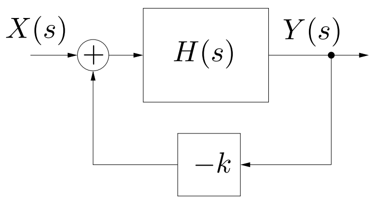
$$\psi(v) = v^2 > 0, \forall v \in \mathbb{R}, \quad \dot{\psi}(v) = 2(2\beta v^2 - 1)v^2 < 0, \quad \Omega = \left\{ v : |v| < (2\beta)^{-1/2} \right\}$$

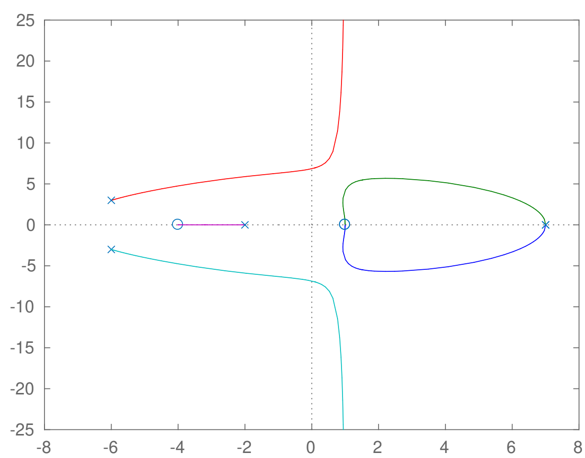
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{(s+4)(s-1)^2}{(s+5+j3)(s+5-j3)(s+2)(s-7)^2}$$

Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes (eixo real e assíntotas) para o sistema realimentado, determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\eta = 2, \quad \frac{\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \quad (-5-5-2+7+7-1-1+4)/2 = 4/2 = 2$$





10ª Questão: No lugar das raízes da figura (quatro polos em -6), determine o valor de k no cruzamento com o eixo imaginário em $+j6$.

Cruzamento com o eixo imaginário em $s = 0$, com valor

$$k = \sqrt{72}\sqrt{72}\sqrt{72}\sqrt{72} = 72^2 = 4 \times 6^4 = 5184$$