1ª Questão: Determine os valores de a e b para os quais o sistema abaixo deixa de ser controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} x$$

$$\det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) = \det \begin{bmatrix} a & a+3b \\ b & 2b \end{bmatrix} = -3b^2 + ab = 0 \Rightarrow b = 0,\ a = 3b$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos observáveis e não observáveis, controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} v, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 6)(\lambda - 8)$$

Autovalores: 6 (não observável e não controlável) e 8 (controlável e observável), pois

$$M_6 = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, \ \mathrm{rank} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não observ.)}, \quad \mathrm{rank} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -4 & -2 & -1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não contr.)}$$

$$M_8 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}, \ \mathrm{rank} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (observ.)}, \quad \mathrm{rank} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -4 & -4 & -1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (contr.)}$$

3ª Questão: O sistema abaixo: a) É controlável? b) É observável? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} v$$

$$\det(\mathrm{Ctrb}(A,b)) = \det \begin{bmatrix} 0 & 7 & 42 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix} = 0 \text{ (Não cont.)} \qquad \det(\mathrm{Obsv}(A,c)) = \det \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 22 & -4 \\ 0 & 106 & -52 \end{bmatrix} = 0 \text{ (Não obs.)}$$

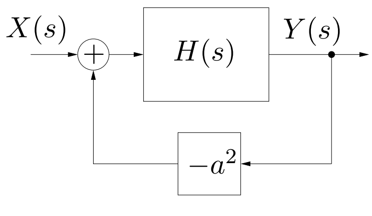
4ª Questão: Determine o número de raízes do polinômio $D(p)$ com parte real positiva.

$$D(p) = p^5 + p^4 + 7p^3 + 3p^2 + 5p + 1$$

Todos os elementos da tabela são positivos $\Rightarrow$ nenhuma raíz com parte real positiva

1	7	5
1	3	1
4	4	
2	1	
2		
1		

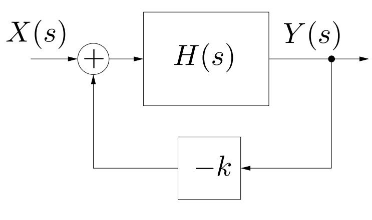
5ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1$



$$H(s) = \frac{a(s-2)}{s^2 - 2as - 5a}$$

$$G(s) = \frac{a(s-2)}{s^2 - 2as - 5a + a^3(s-2)}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{-s^2 + 2a^3 s - 4a^3}{s^2 - 2as - 5a + a^3(s-2)}\Big|_{s=0} = \frac{-4a^2}{2a^2+5}\Big|_{a=1} = -4/7$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 7s + 10}, \quad D(s) = s^3 + ks^2 + (7-k)s + 10\ , \ 2 < k < 5$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} v$$

Assintoticamente estável, pois todos os autovalores possuem parte real negativa

8ª Questão: Certifique a estabilidade assintotica da origem e determine o domínio de estabilidade Ω (isto é, o conjunto no espaço de estados, em termos do parâmetro α) utilizando a função de Lyapunov $\psi(v) = v^2$ para $\dot{v} = v(5\alpha v^2 - 1/\alpha)$, $\quad \alpha > 0, v \in \mathbb{R}$

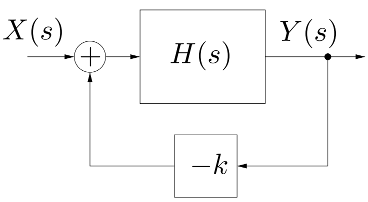
$$\psi(v) = v^2 > 0, \forall v \in \mathbb{R}, \quad \dot{\psi}(v) = 2(5\alpha v^2 - 1/\alpha)v^2 < 0, \quad \Omega = \{v : |v| < \frac{1}{\alpha\sqrt{5}}\}$$

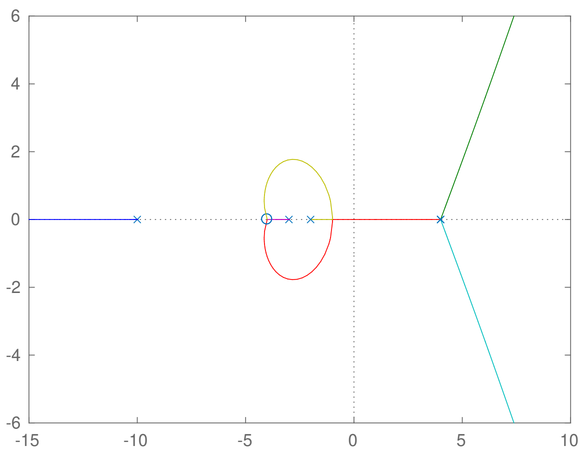
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{(s+4)^3}{(s+10)(s+3)(s+2)(s-4)^3}$$

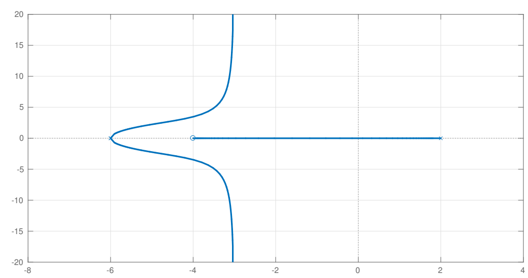
Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes (eixo real e assíntotas) para o sistema realimentado, determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\eta = 3, \quad \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{-\pi}{3}, \quad (4+4+4-10-3-2-(-4-4-4))/3 = 9/3 = 3$$





10ª Questão: No lugar das raízes da figura (três polos em -6, -6 e 2; zero em -4), determine o valor de k no cruzamento com o eixo imaginário.



Cruzamento com o eixo imaginário em $s = 0$, com valor $k = \dfrac{|-6||-6||2|}{|-4|} = \dfrac{72}{4} = 18$