1ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = \cos(10t) + 10$ do sistema linear invariante no tempo cuja realização (A, b, c, d) é dada por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -25 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} -21 \\ 0 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} x$$

$$H(s) = \frac{s^2+4}{s^2+25}, \quad y_f(t) = |H(j10)|\cos(10t) + H(0)10 = \frac{32}{25}\cos(10t) + \frac{4}{25}10$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos observáveis e não observáveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -2 & 10 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} v, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 6)(\lambda - 12)$$

Autovalores: 6 (não observável) e 12 (observável), pois

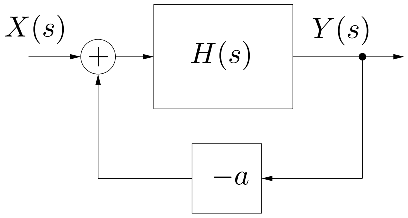
$$M_6 = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não observ.)}, \quad M_{12} = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -2 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = 2 \text{ (observ.)}$$

3ª Questão: Para o sistema linear invariante no tempo dado abaixo, determine os valores de α e β (reais) para que o sistema seja controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} x$$

$$\text{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha \\ \beta & 3\alpha + 2\beta \end{bmatrix}, \quad \det(\text{Ctrb}(A, b)) = 3\alpha^2 + \alpha\beta \neq 0, \quad \alpha \neq 0, \ \beta \neq -3\alpha$$

4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1/6$



$$H(s) = \frac{s+2a}{s^2 - as + 3a}$$

$$G(s) = \frac{s+2a}{s^2+3a+2a^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{a(2s^2 - 3s - 4as - 4a^2)}{(s+2a)(s^2+3a+2a^2}\Big|_{s=0} = \frac{-2a}{3+2a}\Big|_{a=1/6} = -0.1$$

5ª Questão: Utilizando a tabela de Routh-Hurwitz, determine quantas raízes do polinômio $D(s)$ possuem parte real positiva. Justifique a resposta.

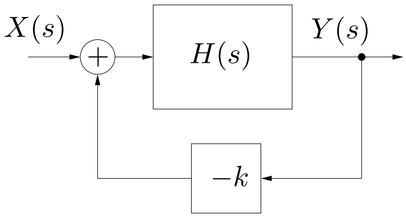
$$D(s) = s^5 + s^4 + 4s^3 + 5s^2 + 2s + 10$$

s^5	1	4	2
s^4	1	5	10
s^3	-1	-8	
s^2	-3	10	
s	$-34/3$		
1	10		

Duas trocas de sinal $\Rightarrow$ duas raízes com parte real positiva.

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 + s}{s^3 + s + 6}$$



$$D(s) = s^3 + ks^2 + (k+1)s + 6 \quad , \quad 2 < k$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} v$$

Instável, pois possui um bloco modal de Jordan de autovalores $\pm 2j$

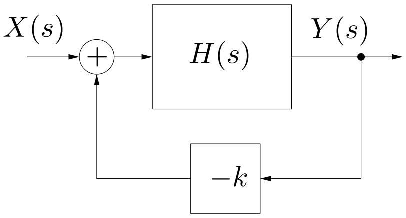
8ª Questão: O sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ analisado com a função de Lyapunov $\psi(v) = v'Pv$ produziu

$$P = \begin{bmatrix} 5 & \alpha \\ \alpha & 2 \end{bmatrix}, \quad A'P + PA = \begin{bmatrix} -2 & \beta \\ \beta & -4 \end{bmatrix}$$

Para que valores de α e β reais o sistema é assintoticamente estável?

$$P > 0 \Rightarrow 10 - \alpha^2 > 0 \Rightarrow -\sqrt{10} < \alpha < \sqrt{10},$$
$$A'P + PA < 0 \Rightarrow -(A'P + PA) > 0 \Rightarrow 8 - \beta^2 > 0 \Rightarrow -\sqrt{8} < \beta < \sqrt{8}$$

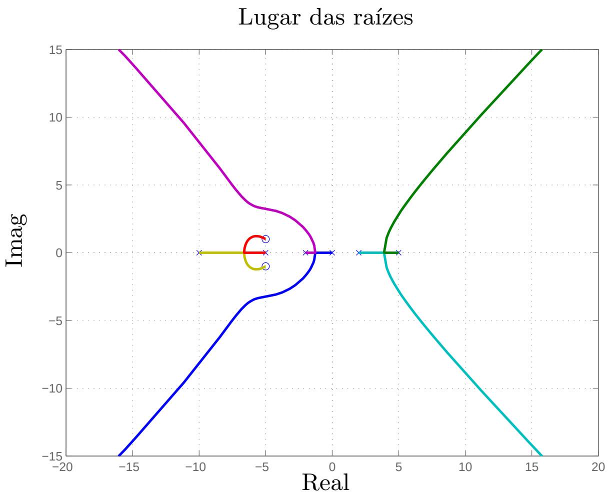
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com



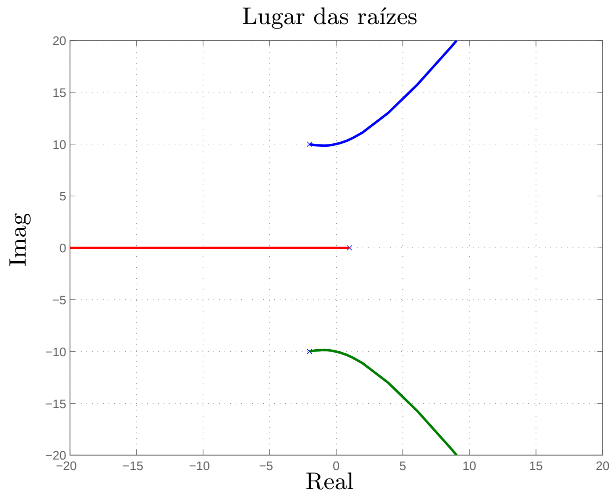
$$H(s) = \frac{(s+5+j)(s+5-j)}{s(s+2)(s+5)(s+10)(s-2)(s-5)}$$

Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\frac{\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4} \qquad (-2-5-10+2+5-(-5-5))/4 = 0$$



10ª Questão: No lugar de raízes mostrado na figura, com polos em 1 e $-2 \pm 10j$, determine o intervalo para o ganho $k \in [0, +\infty)$ que garante a estabilidade do sistema em malha fechada, considerando que os cruzamentos com o eixo imaginário ocorrem em 0, $j10$ e $-j10$.



Ponto 0: $k = 1\sqrt{104}\sqrt{104} = 104$, Pontos $\pm j10$: $k = 2\sqrt{101}\sqrt{404} = 404$