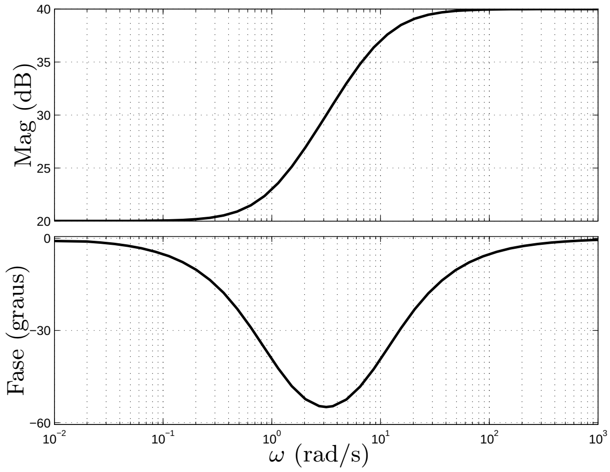
1ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = 10$ do sistema linear invariante no tempo BIBO estável cujo diagrama de Bode é dado por



$$y_f(t) = H(0) \times 10 = 100$$

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos observáveis e não observáveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} v \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & -3 \end{bmatrix} v$$

Autovalores: 1 (observável) e 2 (não observável), pois

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = 2 \text{ (observ.)}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não observ.)}$$

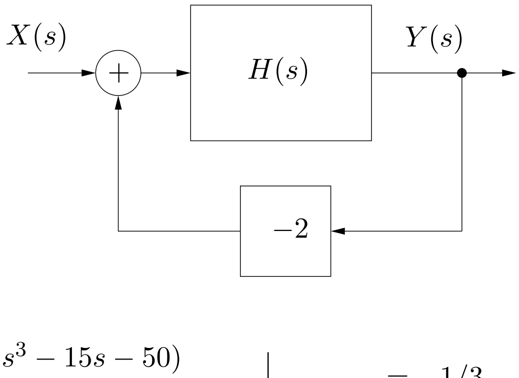
3ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é controlável ou não? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} x$$

$$\text{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ det} = 18, \text{ (controlável)}$$

4ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1/2$

$$H(s) = \frac{as + 5}{s^2 + 3as + 10a}$$



$$G(s) = \frac{as + 5}{s^2 + 3as + 10a + 2(as + 5)} \ , \ \frac{\partial G}{\partial a} \frac{a}{G} = \frac{a(s^3 - 15s - 50)}{(as + 5)(s^2 + 5as + 10 + 10a} \Big|_{s=0, a=0.5} = -1/3$$

5ª Questão: Considere o sistema (A, b, c, d) abaixo

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \\ 0 \\ \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}$$

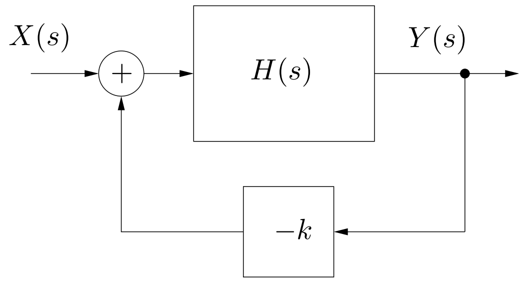
$$c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \beta & 1 & \beta & \beta \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

a) Determine para quais valores de α o sistema é controlável: $\alpha \neq 0$

b) Determine para quais valores de β o sistema é observável: nenhum

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 11s + 24}$$



$$D(s) = s^3 + ks^2 + (11 - k)s + 24 \quad , \quad 3 < k < 8$$

7ª Questão: Determine se o sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável. Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} v$$

Instável, pois possui um bloco de Jordan de autovalor nulo e tamanho 2

8ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ resolvendo a equação de Lyapunov $A'P + PA + 2\mathrm{I} = 0$ para

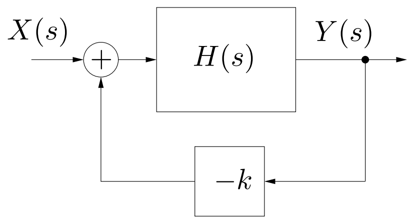
$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}, \quad A'P + PA = \begin{bmatrix} 2p_2 & -2p_1 - 3p_2 + p_3 \\ -2p_1 - 3p_2 + p_3 & -4p_2 - 6p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad P \text{ definida positiva } (2 > 0 \text{ e } \det(P) > 0), \text{ sistema assint. estável}$$

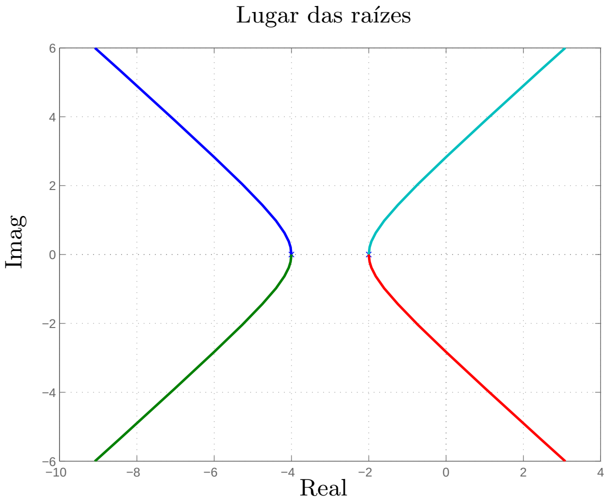
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{1}{(s+2)^2(s+4)^2}$$

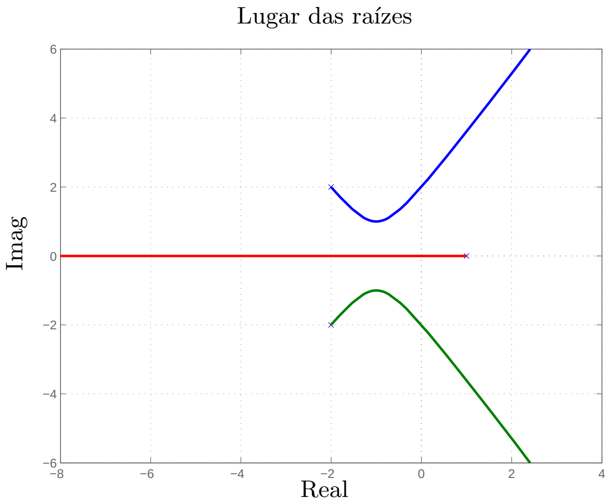


Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \quad (-2-2-4-4)/4 = -3$$



10ª Questão: No lugar de raízes mostrado na figura, com pólos em 1 e $-2 \pm 2j$, determine o intervalo para o ganho k que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.



Ponto 0: $k = 8$

Pontos $\pm 2j$: $k = 20$

$8 < k < 20$