**1ª Questão:** Determine a solução forçada do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{120}{s^2 + 16}$$

para a entrada $x(t) = \exp(2t) + \exp(-j2t)$

$$y_f(t) = 6\exp(2t) + 10\exp(-j2t)$$

**2ª Questão:** Determine os valores de $b_1$ e $b_2$ para os quais o sistema abaixo deixa de ser controlável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} x$$

$$\text{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} b \\ Ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 4b_1 + 2b_2 2 \\ b_2 & b_1 + 5b_2 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \text{Não controlável para } \det(\text{Ctrb}(A, b)) = 0$$

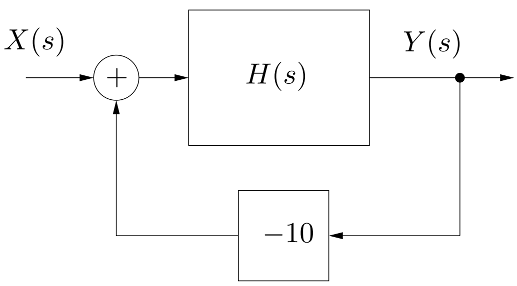
$$\det(\text{Ctrb}(A, b)) = b_1^2 + b_1 * b_2 - 2b_2^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad b_1 = b_2, \; b_1 = -2b_2$$

**3ª Questão:** Assinale "F" (falso) ou "V" (verdadeiro) para as afirmações abaixo sobre o sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \\ \alpha \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \beta \end{bmatrix} v$$

F O sistema é controlável e observável para quaisquer $\alpha$ e $\beta$
V O sistema é controlável e observável para $\alpha \neq 0$ e $\beta$ qualquer
F O sistema é controlável e observável para $\alpha = 0$ e $\beta \neq 0$
F O sistema só é controlável e observável para $\alpha \neq 0$ e $\beta \neq 0$
F O sistema nunca é controlável e observável
V O sistema é controlável e observável para $\alpha = \beta = 1$

**4ª Questão:** Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro $a$, para $a = 2$




$$H(s) = \frac{s + 4}{s^2 + 6s + 5a}$$

$$G(s) = \frac{s + 4}{s^2 + 6s + 5a + 10(s + 4)}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{-5a}{s^2 + 16s + 5a + 40}\Big|_{s=0, a=2} = -1/5$$

**5ª Questão:** Considere o sistema $(A, b, c, d)$ abaixo

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

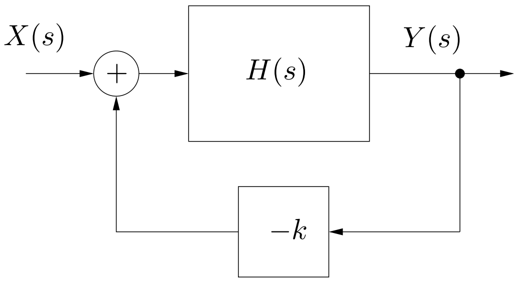
a) Determine os modos (autovalores) observáveis e os não observáveis

b) Determine a função de transferência

Observável: $-5$; Não observáveis: 1, 2, 3, 4, 5; Função de transferência: $H(s) = \dfrac{5}{s+5}$

**6ª Questão:** Determine o intervalo para $k$ tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 + s + 32}{s^3 + 6s^2 + 10s + 5}$$




$$D(s) = s^3 + (6+k)s^2 + (10+k)s + 5 + 32k \quad , \quad 0 < k < 5, \; 11 < k$$

**7ª Questão:** Usando como função de Lyapunov $\psi(v) = v^2/2$, determine um conjunto $\Omega$ no espaço de estados no qual a função $\psi(v)$ garante a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio $v = 0$ do sistema não linear dado por

$$\dot{v} = 4v^3 - a^2 v, \; a \in \mathbb{R}, \; a > 0$$

$$\psi(v) > 0, \forall v \neq 0 \quad , \quad \dot{\psi}(v) = v\dot{v} = (4v^2 - a^2)v^2 < 0, \; -a/2 < v < a/2$$

**8ª Questão:** Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$, sabendo que a equação de Lyapunov

$$A'P + PA = -\mathrm{I}$$

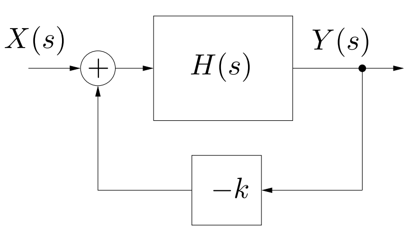
produziu como solução única a matriz

$$P = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

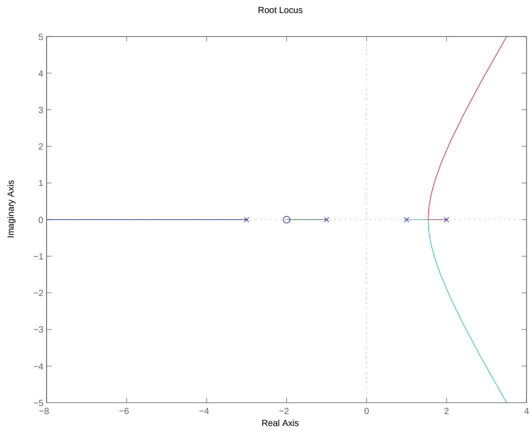
Menores principais líderes: 5, 16 e 0 $\Rightarrow$ sistema não é assintoticamente estável

**9ª Questão:** Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

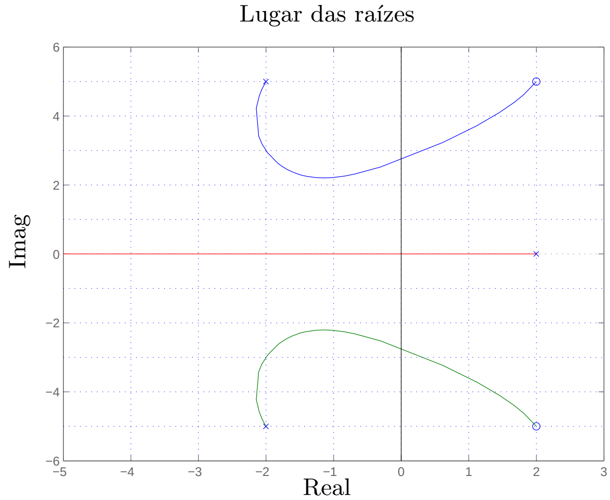
$$H(s) = \frac{s+2}{s^4 + s^3 - 7s^2 - s + 6} = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)(s-1)(s-2)}$$




Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas: $(-1-3+1+2)-(-2))/3 = 1/3$, angulos em $\pi$, $\pm\pi/3$




**10ª Questão:** No lugar de raízes mostrado na figura, com pólos em 2, $-2 \pm 5j$ e zeros em $2 \pm 5j$, considerando que os cruzamentos com o eixo imaginário ocorrem em 0 e (aproximadamente) em $\pm 3j$, determine o intervalo para o ganho $k$ que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.




Ponto 0: $k = 2$
Pontos $\pm 3j$: $k = \sqrt{13}$
$2 < k < \sqrt{13}$