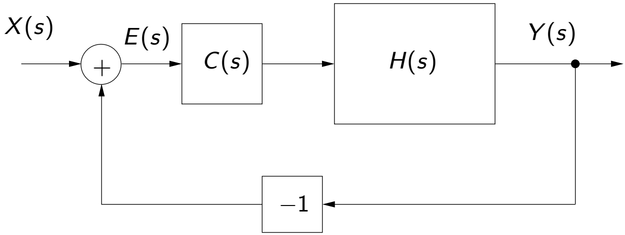
EA616 — Análise Linear de Sistemas

Pedro L. D. Peres

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

2º Semestre 2011: Aula 28 — Introdução à Realimentação



$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{C(s)H(s)}{1+C(s)H(s)} \quad , \quad E(s) = X(s) - Y(s) = \frac{1}{1+C(s)H(s)} X(s)$$

Erro em regime: resposta ao degrau

Se o sistema em malha fechada for estável, o erro em regime para uma entrada degrau $x(t) = u(t)$ é dado por

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{1+C(s)H(s)}\right)\frac{1}{s} = \frac{1}{1+k_p},\ k_p = \lim_{s\to 0} C(s)H(s)$$

Portanto, o erro de regime para entrada degrau é nulo se k_p tender a infinito, isto é, se a malha direta $C(s)H(s)$ possuir pelo menos um pólo em $s = 0$. O parâmetro k_p é chamado de constante de posição, e uma função de transferência com um pólo na origem é chamada de função do tipo 1.

Erro em regime: resposta à rampa

O erro de regime para entrada rampa $x(t) = tu(t)$ é dado por

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{1+C(s)H(s)}\right)\frac{1}{s^2} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s+sC(s)H(s)} = \frac{1}{k_v}$$

$$k_v = \lim_{s\to 0} sC(s)H(s)$$

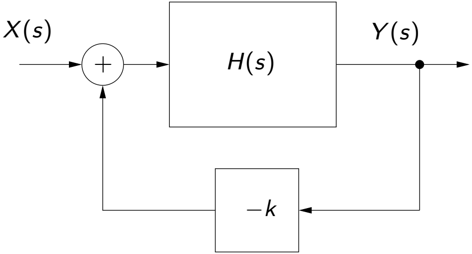
sendo k_v denominado constante de velocidade. Para que o erro de regime seja nulo, a função de transferência de malha direta deve possuir pelo menos dois pólos na origem, isto é, ser pelo menos do tipo 2.

O erro de regime para entrada parábola $x(t) = 0.5t^2u(t)$ é

$$\lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{1+C(s)H(s)}\right)\frac{1}{s^3} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s^2+s^2C(s)H(s)} = \frac{1}{k_a}$$

$$k_a = \lim_{s\to 0} s^2C(s)H(s)$$

e k_a é a constante de aceleração. Erros de regime nulos exigem pelo menos três pólos na origem, isto é, ser pelo menos do tipo 3.



$$G(s) = \frac{H(s)}{1 + kH(s)}$$

O ganho k pode ser usado para estabilizar o sistema em malha fechada, pois altera o posicionamento dos pólos.

Note que, com $C(s) = k$, a realimentação unitária fornece

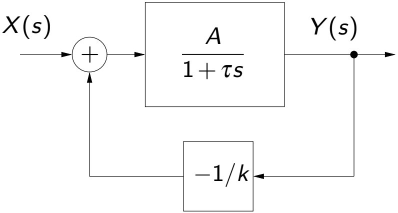
$$G(s) = \frac{kH(s)}{1 + kH(s)}$$

A sensibilidade de uma função $f(x, y)$ em relação a uma de suas variáveis (ou parâmetros) é definida por

$$\frac{\partial f}{\partial x}\frac{x}{f} = \frac{\dfrac{\partial f}{f}}{\dfrac{\partial x}{x}}$$

Produto ganho-faixa

A figura mostra um modelo de primeira ordem para um amplificador operacional (seguidor de tensão de ganho k) realimentado. O ganho DC é dado por A e a freqüência de corte é $1/\tau$. O produto ganho-faixa *BWG — Bandwidth gain*, dado por BWG$=A/\tau$, caracteriza o amplificador operacional. Por exemplo, o OpAmp 741 tem BWG=1 MHz.



Produto ganho-faixa

A função de transferência em malha fechada é dada por

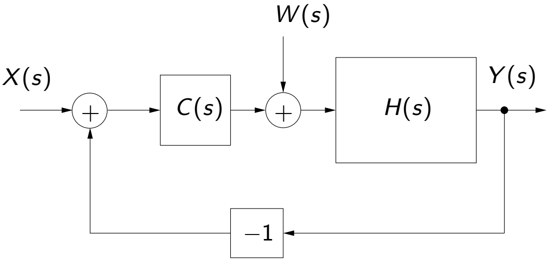
$$G(s) = \frac{H(s)}{1+H(s)/k} = \frac{A}{1+\tau s + A/k}$$

e, para $A/k \gg 1$, tem-se

$$G(s) \approx \frac{A}{\tau s + A/k} = \frac{k}{1+\left(k\tau/A\right)s}$$

com ganho DC igual a k e freqüência de corte $A/(k\tau)$. Portanto, o produto ganho-faixa permanece inalterado BWG$=A/\tau$. Note que k elevado implica em faixa pequena.

Considere o sistema realimentado abaixo, na qual $C(s)$ é o controlador e $W(s)$ é uma entrada de distúrbios.



A saída $Y(s)$ pode ser modelada como a superposição dos efeitos das duas entradas

$$Y(s) = \underbrace{\frac{C(s)H(s)}{1+C(s)H(s)}X(s)}_{Y_X(s)} + \underbrace{\frac{H(s)}{1+C(s)H(s)}W(s)}_{Y_W(s)}$$

Com

$$C(s) = \frac{1}{s} \ , \quad H(s) = \frac{1}{s+\rho} \ , \ \rho > 0$$

o sistema realimentado é estável e não apresenta erro de regime. Além disso, em regime, rejeita distúrbios na forma de degraus com amplitude desconhecida a, pois

$$\lim_{t\to+\infty} y_w(t) = \lim_{s\to 0} sY_W(s) = \frac{sH(s)}{s+H(s)}a = 0$$

E28 (data, RA, nome, EA616, Turma, Prof.)

Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) da função de transferência do sistema em malha fechada em função do parâmetro k, calculada para $k = 10$