EA616 — Análise Linear de Sistemas

Pedro L. D. Peres

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

2^o Semestre 2011: Aula 10 — Equações a diferenças por Coeficientes a Determinar

Soma aritmética

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n} k \quad \Rightarrow \quad y[n+1] - y[n] = n+1, \;\; y[0] = 0$$

Soma geomética

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n} \rho^k \quad \Rightarrow \quad y[n+1] - y[n] = \rho^{n+1}, \;\; y[0] = 1$$

Soma aritmética-geomética

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n} k\rho^k \quad \Rightarrow \quad y[n+1] - y[n] = (n+1)\rho^{n+1}, \;\; y[0] = 0$$

Tabela Price

$$y[n+1] = y[n](1+\alpha) - \gamma, \; y[0] = M$$

$y[n]$ - dívida no mês n
M - empréstimo inicial
γ - pagamento mensal constante
α - juros percentuais

Para liquidar a dívida em m meses, deve-se obter γ tal que $y[m] = 0$

Fibonacci (eq. a diferenças de 2a. ordem)

$$y[n+2] = y[n+1] + y[n], \quad y[0] = 0, y[1] = 1$$

Tópicos

- Independência linear, base
- Equação característica
- Modo próprio λ^n
- Raiz dupla λ^n, $n\lambda^n$

Solução da homogênea

É dada pela combinação linear dos modos próprios. Os coeficientes são obtidos a partir das condições iniciais.

Solução da não homogênea

Sempre que $x[n]$ for solução de $\bar{D}(p)x[n] = 0$ (modos forçados), resolve-se $\bar{D}(p)D(p)y[n] = 0$ (com condições iniciais da equação original).

Resposta au degrau e resposta ao impulso

Resposta ao degrau

$$D(p)y[n] = N(p)x[n] \quad , \quad x[n] = u[n] \ \ \text{(condições iniciais nulas)}$$

Resolva

$$D(p)f[n] = 1 \ , \quad \text{(condições iniciais nulas)}$$

A resposta ao degrau é dada por $y_u[n] = N(p)f[n]u[n]$ e a resposta ao impulso por $h[n] = y_u[n] - y_u[n-1]$

E10 (data, RA, nome, EA616, Turma, Prof.)

a) Determine a solução forçada da equação a diferenças

$$y[n+1] - 2y[n] = n2^n$$

b) Determine a solução da equação a diferenças acima para $y[0] = 1$

c) Determine uma equação a diferenças homogênea e as condições iniciais que produzam a mesma solução do item b)