

**1ª Questão:** Determine a solução forçada (i.e. regime permanente) do sistema descrito pela função de transferência  $H(s)$  abaixo quando a entrada é  $x(t) = 5 \exp(3t) + 2 \cos^2(t)$

$$H(s) = \frac{s-2}{s+2}$$

$$x(t) = 5 \exp(3t) + \cos(2t) + 1$$

$$\Rightarrow y_f(t) = \exp(3t) + \cos(2t + \pi/2) + 1 \exp(j\pi) = \exp(3t) - \sin(2t) - 1$$

**2ª Questão:** Determine a função de transferência  $H(s) = Y(s)/X(s)$  do sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao degrau é dada por

$$y_u(t) = \frac{1}{5} \left( 17 - 12 \exp(-t) \cos(2t) - \exp(-t) \sin(2t) \right) u(t)$$

$$h(t) = \frac{d}{dt} y_u(t) = \left( 2 \exp(-t) \cos(2t) + 5 \exp(-t) \sin(2t) \right) u(t) + \delta(t)$$

$$H(s) = 1 + \frac{2(s+1)}{s^2+2s+5} + \frac{10}{s^2+2s+5} = \frac{s^2+4s+17}{s^2+2s+5}$$

$$= \frac{17}{5} - \frac{12}{5} \frac{s(s+1)}{s^2+2s+5} - \frac{2}{5} \frac{s}{s^2+2s+5}$$

**3ª Questão:** Determine o valor final da resposta ao degrau, isto é,

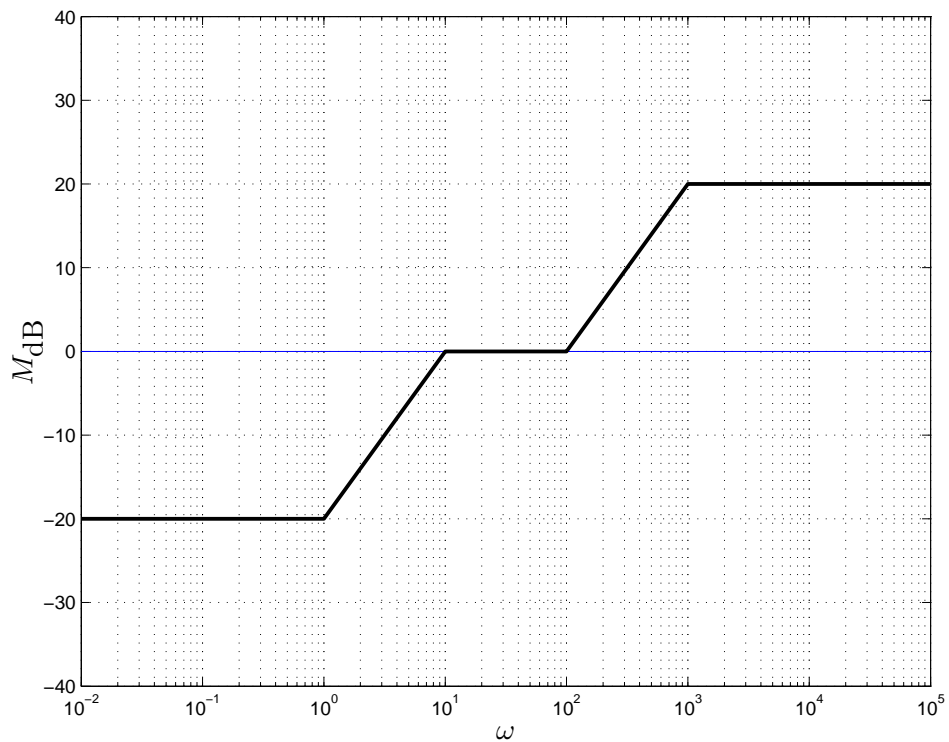
$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y_u(t)$$

para o sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

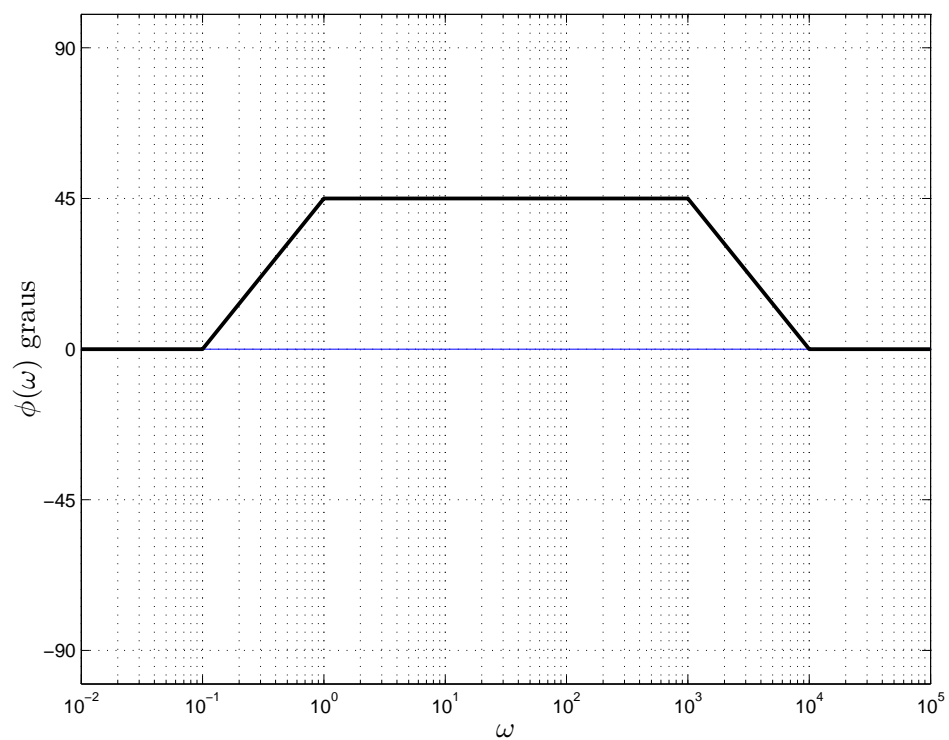
$$H(s) = \frac{4s+20}{s^2+372s+4}$$

$$\text{Sistema estável} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} y_u(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{4s+20}{s^2+372s+4} \right) \frac{1}{s} = 5$$

4ª Questão: Considere o diagrama assintótico de módulo (diagrama de Bode em dB) de um sistema linear invariante no tempo dado na figura abaixo.

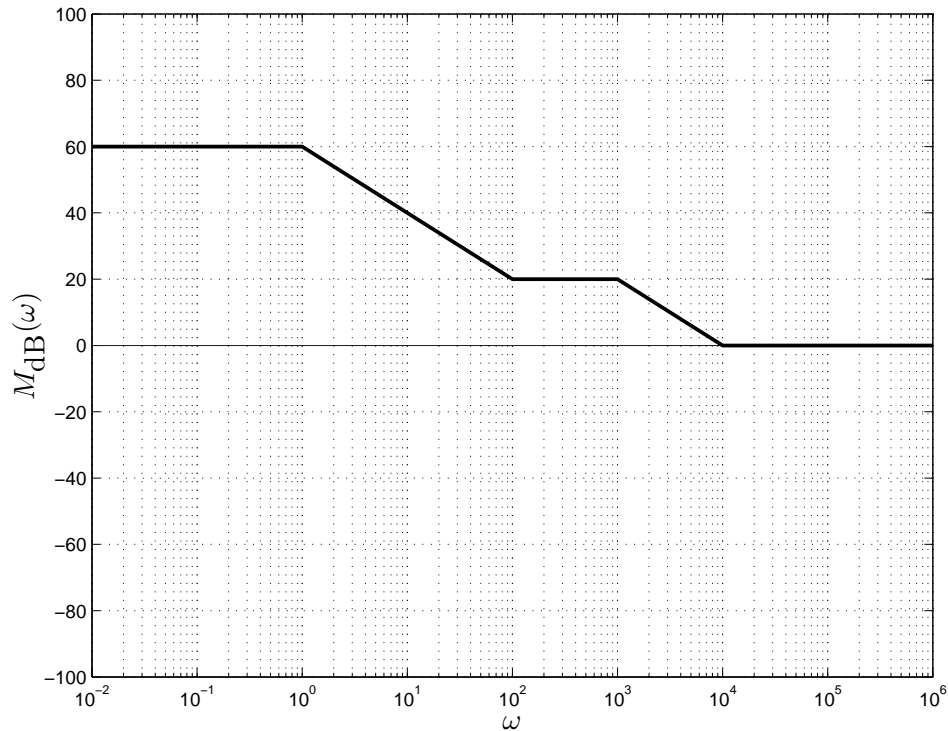


Sabendo que o sistema é BIBO estável, determine o diagrama assintótico de fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.

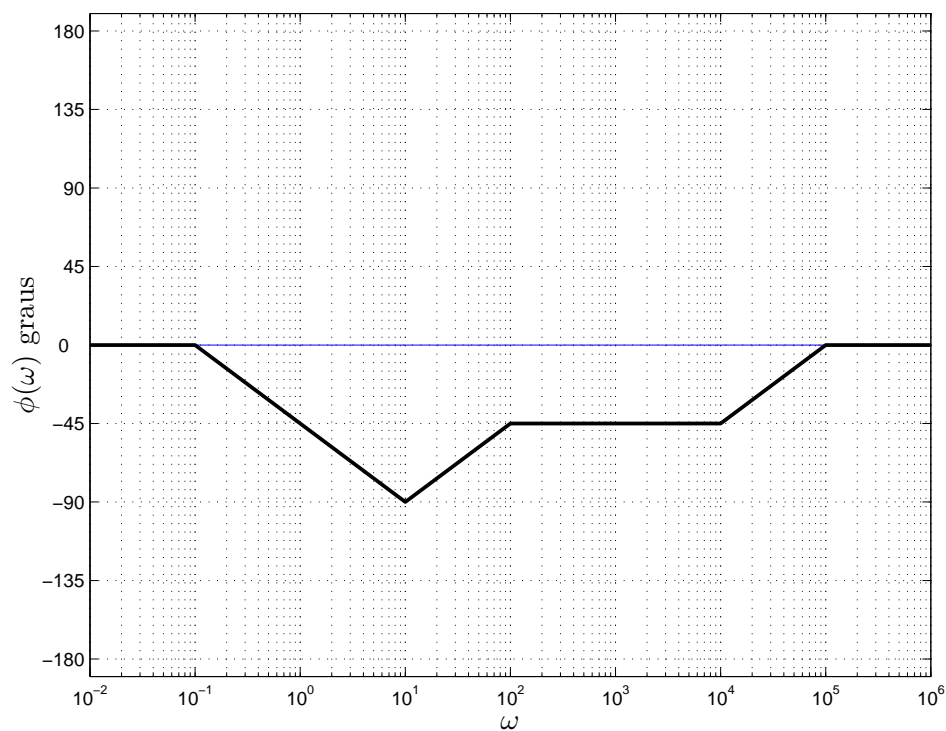


5ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{(s + 100)(s + 10000)}{(s + 1)(s + 1000)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.



**6ª Questão:** Determine o valor da condição inicial  $y(0)$  para que a resposta à entrada  $x(t) = \sin(2t)u(t)$  do sistema linear invariante no tempo descrito pela equação diferencial  $\dot{y} + 5y = x$  não apresente transitório.

$$Y(s) = \frac{X(s)}{s+5} + \frac{y(0)}{s+5}, \quad X(s) = \frac{2}{s^2+4}$$

$$Y(s) = \frac{2}{(s^2+4)(s+5)} + \frac{y(0)}{s+5} = A \frac{2}{s^2+4} + B \frac{s}{s^2+4} + \frac{C}{s+5} + \frac{y(0)}{s+5}$$

$$y(0) = -C = \frac{-2}{29}$$

**7ª Questão:** Obtenha a solução da equação diferencial

$$p(p+2)y(t) = 4, \quad y(0) = 7, \quad \dot{y}(0) = -6, \quad p = \frac{d}{dt}$$

$$y(t) = 3 + 4 \exp(-2t) + 2t$$

**8ª Questão:** a) Determine a solução forçada da equação

$$(p+3)y = 10t \exp(-3t), \quad p = \frac{d}{dt}$$

$$y_f(t) = 5t^2 \exp(-3t)$$

b) Determine a solução da equação para a condição inicial  $y(0) = 10$

$$y(t) = 10 \exp(-3t) + 5t^2 \exp(-3t)$$

**9ª Questão:** a) Determine  $Y(z)$ , isto é, a transformada  $Z$  da solução da equação a diferenças abaixo em termos das condições iniciais  $y[0]$  e  $y[1]$

$$y[n+2] + 2y[n+1] + y[n] = 0, \quad y[0], y[1] \text{ dados}$$

b) Determine  $y[0]$  e  $y[1]$  para que a solução seja dada por  $y[n] = (n+1)(-1)^n u[n]$

$$Y(z) = \frac{z^2 + 2z}{(z+1)^2} y[0] + \frac{z}{(z+1)^2} y[1]$$

$$y[0] = 1, y[1] = -2 \Rightarrow Y(z) = \frac{z^2}{(z+1)^2}, y[n] = (n+1)(-1)^n u[n]$$

**10ª Questão:** Determine a entrada  $x[n]$  da equação a diferenças

$$y[n+2] - y[n+1] - 6y[n] = x[n]$$

sabendo que a solução forçada da equação é dada por

$$y_f[n] = -\frac{11}{15}n3^n + \frac{1}{3}n^23^n$$

$$x[n] = 10n3^n$$