**1ª Questão:** Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = \cos^2(t)$ do sistema representado pela função de transferência

$$H(s) = \frac{s+20}{s^2+5s+2}$$

$$x = \frac{\cos(2t)+1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\Big(\exp(j2t) + \exp(-j2t)\Big)$$

$$y_f(t) = \frac{1}{2}|H(j0)| + \frac{1}{2}|H(j2)|\cos(2t + \angle H(j2)) = 5 + 0.986\cos(2t - 1.67) = 5 + 0.986\cos(2t - 95.6^o)$$

$$y_f(t) = 5 + \frac{1}{4}\Big(H(j2)\exp(j2t) + H(-j2)\exp(-j2t)\Big)$$
$$= 5 + (-0.0481 - j0.4904)\exp(j2t) + (-0.0481 + j0.4904)\exp(-j2t)$$

**2ª Questão:** Considere o sistema não linear contínuo no tempo dado por

$$\dot{v}_1 = v_1^2 v_2 - 2v_1^2 + x^2 - 1$$
$$\dot{v}_2 = v_1 v_2^2 + 2v_2^2 - x^3 + 1$$

a) Determine os pontos de equilíbrio e o modelo linearizado em torno dos pontos de equilíbrio, para $x = 1$

b) Determine os autovalores do sistema linearizado em torno dos pontos de equilíbrio

$$(0,0), (-2,2) \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 2v_1v_2 - 4v_1 & v_1^2 \\ v_2^2 & 2v_1v_2 + 4v_2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2x \\ -3x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$(0,0) \to A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \to 0, 0 \quad , \quad (-2,2) \to A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \to \pm 4$$

**3ª Questão:** Determine uma realização $(A, b, c, d)$ para o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$(p^3 + 2p^2 + 3p + 4)y(t) = (2p^3)x(t) \quad , \quad p = d/dt$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -3 & -2 \end{bmatrix} \; , \; b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \; , \; c = \begin{bmatrix} -8 & -6 & -4 \end{bmatrix} \; , \; d = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$$

$4^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine uma expressão analítica para $A^{-2}$ como combinação linear das matrizes $A^q$, $q = 0, 1, 2, 3$ para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-2} = A^3$$

$5^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine a solução $y(t)$, $t \geq 0$, para

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix} x \quad , \quad v(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$y = \begin{bmatrix} 6 & 0 \end{bmatrix} v \qquad , \qquad x(t) = t$$

$$y(t) = \Big(6t - 5 - 4\exp(-3t) + 9\exp(-2t)\Big)u(t)$$

$6^{\underline{a}}$ **Questão:** Determine $\exp(At)$ para

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\exp(At) = \begin{bmatrix} \exp(t) & 0 \\ -\exp(t) + \exp(2t) & \exp(2t) \end{bmatrix}$$

$7^{\underline{a}}$ **Questão:** Considere uma matriz $A \in \mathbb{R}^{8\times 8}$ cuja equação característica é $\Delta(\lambda) = (\lambda - 3)^8$. Sabendo que o *rank* da matriz $M_3 = A - 3\mathrm{I}$ é igual a 5, $M_3^4 \neq 0$ e que $M_3^5 = 0$, assinale a alternativa **incorreta**

**Frases corretas são:**

- Há três autovetores linearmente independentes associados ao autovalor $\lambda = 3$
- A forma de Jordan da matriz $A$ possui três blocos.
- O maior bloco de Jordan é de ordem 5
- O menor bloco de Jordan é de ordem 1
- Há um bloco de Jordan de ordem 2

**8ª Questão:** a) Determine a forma de Jordan $\hat{A}$ da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} , \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 3)^3$$

b) Determine uma matriz $Q$ que transforma a matriz $A$ na forma de Jordan $\hat{A} = Q^{-1}AQ$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad , \quad Q = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} , \; Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} , \text{ etc.}$$

**9ª Questão:** Determine um sistema linear homogêneo, com matrizes reais, e as condições iniciais, na forma

$$\dot{\tilde{v}} = \tilde{A}\tilde{v} \; , \; \tilde{v}(0) = \tilde{v}_0 \; , \; y = \tilde{c}\tilde{v}$$

cuja solução seja a mesma do sistema

$$\dot{v} = v + 2x \; , \; y = 3v + 4x \; , \; v(0) = 5 \; , \; x(t) = t\cos(t)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} , \quad \tilde{v}(0) = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} , \quad \tilde{c} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**10ª Questão:** Determine a resposta ao impulso (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} x$$

$$H(s) = \frac{s^2 - 3s + 5}{(s-2)^2} = 1 + \frac{1}{s-2} + 3\frac{1}{(s-2)^2} \quad , \quad h(t) = \delta(t) + (1 + 3t)\exp(2t)u(t)$$