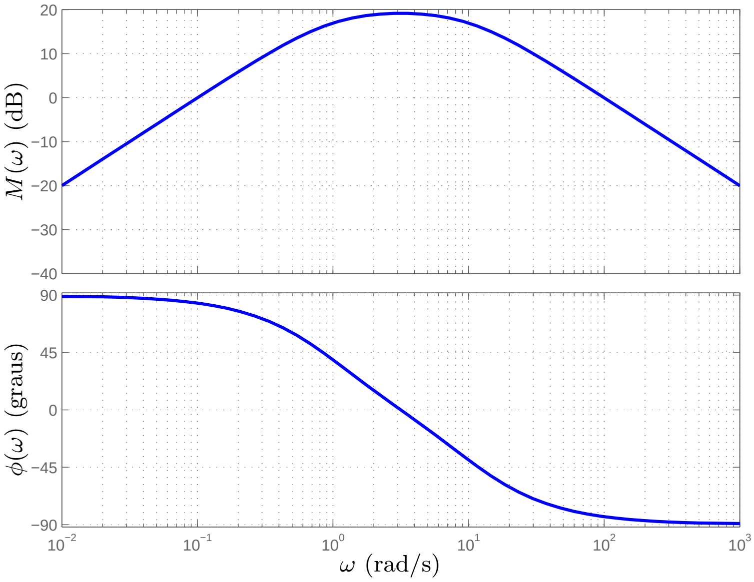
Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1ª Questão: Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = \cos(30t)$ do sistema cujo diagrama de Bode é mostrado abaixo.



$$y_f(t) = \sqrt{10}\cos(30t - 67.5^o)$$

2ª Questão: Considere o sistema

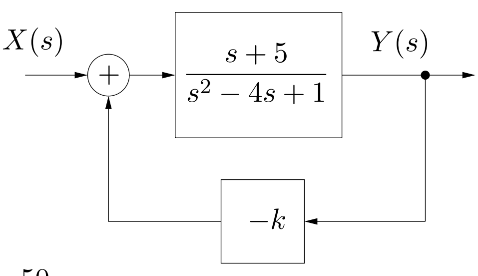
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & \beta \end{bmatrix} v$$

a) Determine os valores de γ para os quais o sistema é controlável

b) Determine os valores de β para os quais o sistema é observável

$$\gamma \neq -3, \gamma \neq 5, \beta \neq 3, \beta \neq -5$$

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro k, calculada para $k = 10$.



$$= -kG(s), -kG(0) = -k\frac{5}{1+5k}\bigg|_{k=10} = -\frac{50}{51} = -0.98 = 98\%$$

4ª Questão: Frases corretas:
- Controlabilidade equivale à observabilidade do dual e vice-versa
- Transformações de similaridade preservam a controlabilidade e a observabilidade
- Um sistema linear invariante no tempo controlável pode ser conduzido da origem a um ponto arbitrário em tempo finito $\tau > 0$
- Um sistema SI (com uma só entrada) na forma de Jordan é controlável se possuir apenas um bloco de Jordan associado a cada autovalor e todo elemento do vetor de entrada b correspondente à última linha de cada bloco for diferente de zero.
- Um sistema SO (com uma só saída) na forma de Jordan é observável se possuir apenas um bloco de Jordan associado a cada autovalor e todo elemento do vetor de saída c correspondente à primeira coluna de cada bloco for diferente de zero.

5ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x \ , \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} v$$

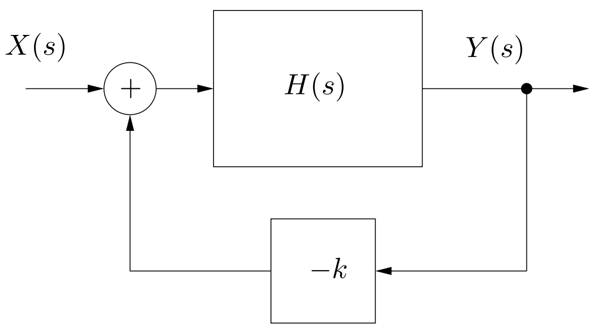
a) Determine uma transformação $\bar{v} = Pv$ que leve a uma representação equivalente evidenciando os modos não controláveis. Escreva também o sistema transformado.

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \ , \ P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \ , \ \bar{A} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \ , \ \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ , \ \bar{c} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}$$

b) Obtenha a função de transferência do sistema equivalente $\qquad H(s) = \dfrac{3}{s+3}$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 10s + 9} \ ,$$



$$D(p) = p^3 + kp^2 + (10-k)p + 9 \ , \quad 1 < k < 9$$

7ª Questão: Um sistema linear invariante no tempo é caracterizado por

$$\dot{v} = Av \ , \ \psi(v) = v'Pv = v' \begin{bmatrix} 5 & \alpha \\ \alpha & 2 \end{bmatrix} v \ , \ v'(A'P + PA)v = v' \begin{bmatrix} -10 & \beta \\ \beta & -4 \end{bmatrix} v$$

Determine os intervalos de valores para α e β para que o sistema seja assintoticamente estável.

$$\begin{bmatrix} 5 & \alpha \\ \alpha & 2 \end{bmatrix} > 0 \ \Rightarrow \ \alpha^2 < 10 \ , \qquad \begin{bmatrix} 10 & -\beta \\ -\beta & 4 \end{bmatrix} > 0 \ \Rightarrow \ \beta^2 < 40$$

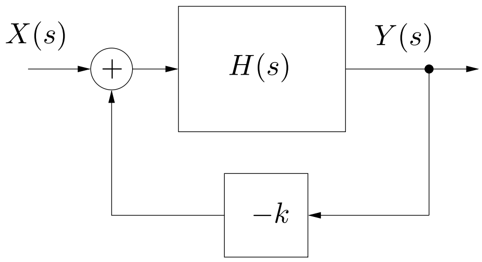
8ª Questão: Classifique (justificando) a estabilidade do ponto de equilíbrio $v = 0$ (se é instável, assintoticamente estável, ou estável mas não assintoticamente estável) do sistema linear autônomo

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} v$$

O sistema é instável, pois possui autovalores com parte real nula $\pm j3$, multiplicidade algébrica 2 e bloco de Jordan de tamanho 2, gerando modos próprios do tipo $t\exp(\pm j3)$

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

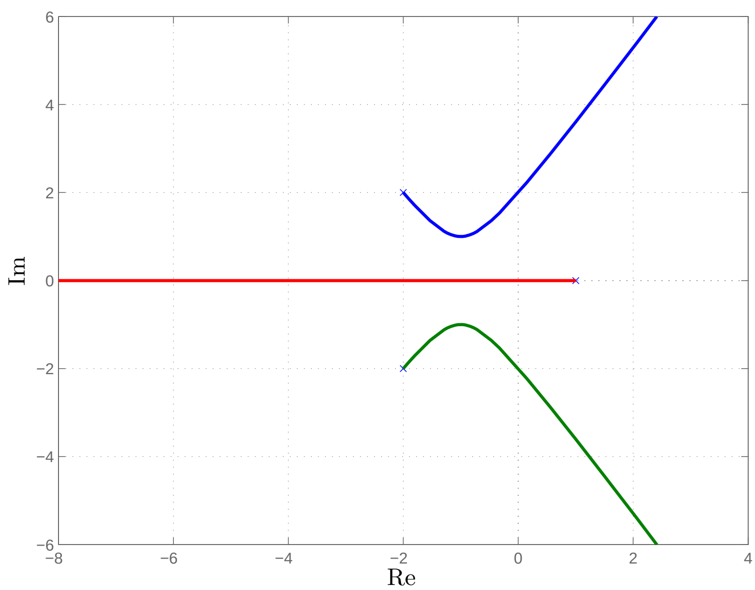


a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado.

b) Determine os pontos (no plano s) de entrada no eixo real (se houver) e o valor de $k > 0$ associado

$$s = 0\ , k = -1\ ,\ \ s = -2, k = 3$$

10ª Questão: Considere o lugar das raízes de um sistema $H(s)$ realimentado negativamente com ganho k, mostrado na figura ao lado. Determine:



a) Pólos e zeros de $H(s)$ (malha aberta) pólos: $-2 \pm 2j, 1$

b) Intervalo de $k > 0$ para o qual o sistema permanece estável $k_{max} = 2\sqrt{20}\sqrt{5} = 20$, $k_{min} = 1\sqrt{8}\sqrt{8} = 8$

c) As assíntotas do sistema modificado pela inclusão de um zero em $s = -3$. Desenhe na própria figura. Sol.: Assíntotas em $\pm\pi/2$, encontro em $(-2-2+1-(-3))/2 = 0$