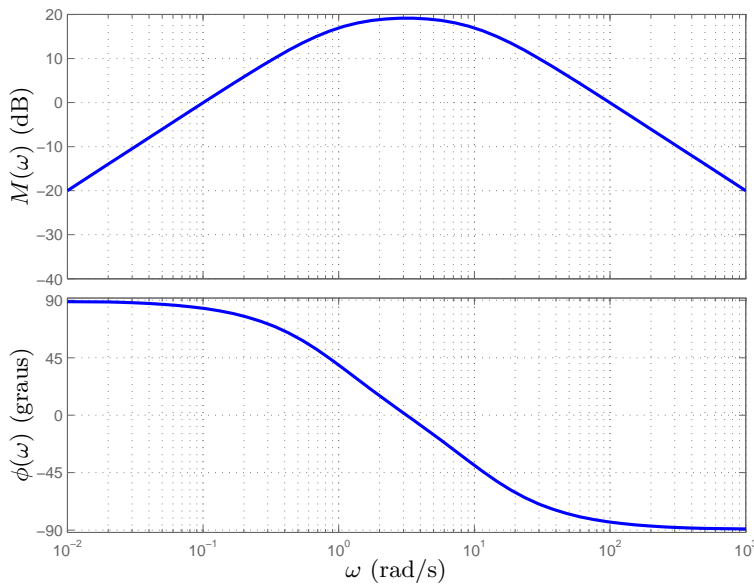


Nome:

RA:

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = \cos(30t)$ do sistema cujo diagrama de Bode é mostrado abaixo.



1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

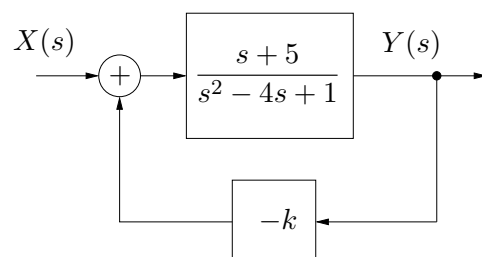
2ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = [1 \quad \beta] v$$

a) Determine os valores de γ para os quais o sistema é controlável

b) Determine os valores de β para os quais o sistema é observável

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro k , calculada para $k = 10$.



4ª Questão: Assinale a alternativa incorreta

- Controlabilidade equivale à observabilidade do dual e vice-versa
- Transformações de similaridade preservam a controlabilidade e a observabilidade
- Um sistema linear invariante no tempo controlável pode ser conduzido da origem a um ponto arbitrário em tempo finito $\tau > 0$
- Um sistema SI (com uma só entrada) na forma de Jordan é controlável se possuir apenas um bloco de Jordan associado a cada autovalor e todo elemento do vetor de entrada b correspondente à última linha de cada bloco for diferente de zero.
- Um sistema SO (com uma só saída) na forma de Jordan é observável se possuir apenas um bloco de Jordan associado a cada autovalor e todo elemento do vetor de saída c correspondente à última coluna de cada bloco for diferente de zero.

5ª Questão: Considere o sistema

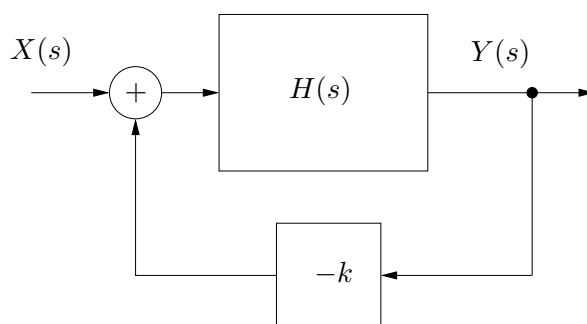
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} v$$

a) Determine uma transformação $\bar{v} = Pv$ que leve a uma representação equivalente evidenciando os modos não controláveis. Escreva também o sistema transformado.

b) Obtenha a função de transferência do sistema equivalente

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 10s + 9},$$



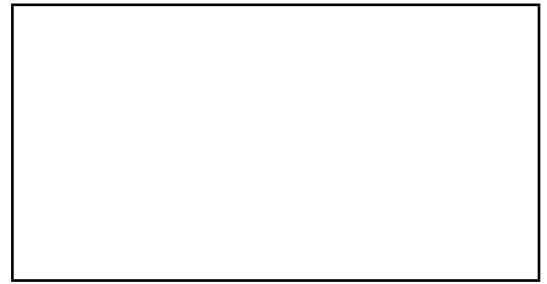
7ª Questão: Um sistema linear invariante no tempo é caracterizado por

$$\dot{v} = Av, \quad \psi(v) = v'Pv = v' \begin{bmatrix} 5 & \alpha \\ \alpha & 2 \end{bmatrix} v, \quad v'(A'P + PA)v = v' \begin{bmatrix} -10 & \beta \\ \beta & -4 \end{bmatrix} v$$

Determine os intervalos de valores para α e β para que o sistema seja assintoticamente estável.

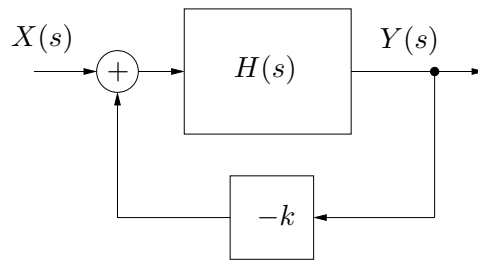
8ª Questão: Classifique (justificando) a estabilidade do ponto de equilíbrio $v = 0$ (se é instável, assintoticamente estável, ou estável mas não assintoticamente estável) do sistema linear autônomo

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} v$$



9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

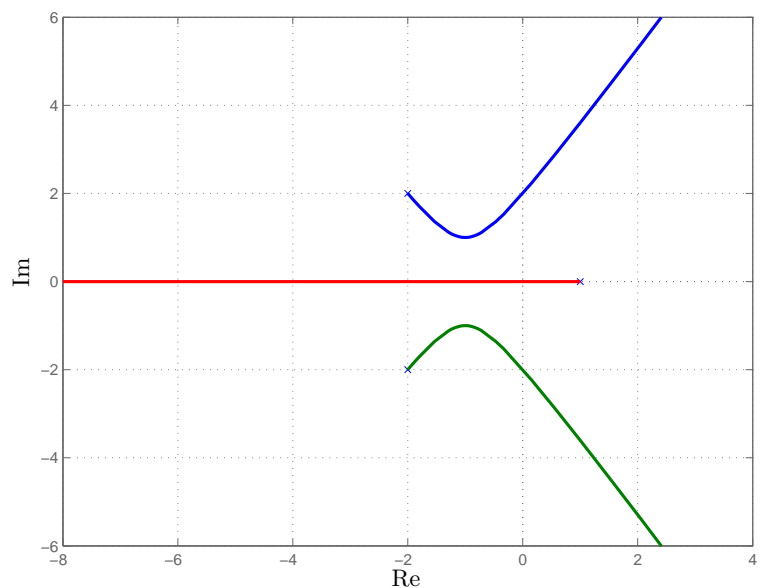


a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado.

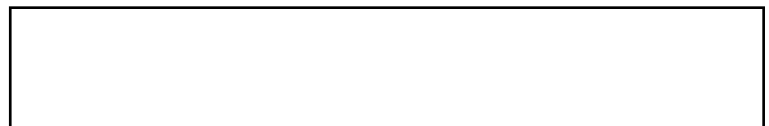
b) Determine os pontos (no plano s) de entrada no eixo real (se houver) e o valor de $k > 0$ associado



10ª Questão: Considere o lugar das raízes de um sistema $H(s)$ realimentado negativamente com ganho k , mostrado na figura ao lado. Determine:



a) Pólos e zeros de $H(s)$ (malha aberta)



b) Intervalo de $k > 0$ para o qual o sistema permanece estável



c) As assíntotas do sistema modificado pela inclusão de um zero em $s = -3$. Desenhe na própria figura.

CONSULTA

$$M_{dB}(\omega) = 20 \log M(\omega) \text{ sendo log o logaritmo na base 10}$$

Controlável se e somente se $\text{rank}(\text{Ctrb}(A, b)) = n$. Observável se e somente se $\text{rank}(\text{Obsv}(A, c)) = n$.

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ cA^2 \\ \vdots \\ cA^{n-1} \end{bmatrix}, \quad \text{Ctrb}(A, b) = [b \quad Ab \quad A^2b \quad \dots \quad A^{n-1}b]$$

Decomposição canônica: $\bar{v} = Pv$

Se rank de $\text{Ctrb}(A, b) = r < n$, P^{-1} é formada por colunas de 1 a r LI de $\text{Ctrb}(A, b)$ mais vetores LI

Se rank de $\text{Obsv}(A, c) = r < n$, P é formada por linhas de 1 a r LI de $\text{Obsv}(A, c)$ mais vetores LI

Sensibilidade de $f(x, y)$ em relação a x : $\frac{x}{f} \frac{\partial f}{\partial x}$

Lugar das Raízes: $1 + kH(s) = 0$, $H(s) = N(s)/D(s) \Rightarrow D(s) + kN(s) = 0$

$$D(s) = \sum_{r=0}^m \alpha_r s^r, \quad \alpha_m = 1, \quad N(s) = \sum_{r=0}^{\ell} \beta_r s^r$$

1) Simetria em relação ao eixo real.

2) Os pólos e os zeros (finitos) de malha aberta fazem parte do lugar das raízes para, respectivamente, $k = 0$ e $k \rightarrow +\infty$.

3) Condição de fase: $\sum_{r=1}^{\ell} \varphi_r(s) - \sum_{r=1}^m \phi_r(s) = \pi$

sendo $\phi_r(s) = \angle(s - \lambda_r)$ o ângulo do vetor do pólo λ_r até o ponto s do lugar das raízes e $\varphi_r(s) = \angle(s - \gamma_r)$ o ângulo do vetor do zero γ_r até o ponto s do lugar das raízes.

4) Condição de módulo: $k = \left(\prod_{r=1}^m |s - \lambda_r| \right) / \left(\prod_{r=1}^{\ell} |s - \gamma_r| \right)$

5) Eixo real: O lugar das raízes no eixo real está sempre à esquerda de um número ímpar de pólos e zeros reais.

6) Ângulo de partida dos pólos: $\phi_i(s) \Big|_{s \approx \lambda_i} = \pi + \sum_{r=1}^{\ell} \varphi_r(s) - \sum_{r=1, r \neq i}^m \phi_r(s)$

7) Ângulo de chegada aos zeros: $\varphi_i(s) \Big|_{s \approx \gamma_i} = \sum_{r=1}^m \phi_r(s) - \sum_{r=1, r \neq i}^{\ell} \varphi_r(s)$

8) O número de assíntotas η é igual ao número de zeros no infinito, isto é, $\eta = m - \ell$

9) Ângulos das assíntotas: $\frac{\pi(1 + 2r)}{m - \ell}$, $\beta_\ell > 0$, $r \in \mathbb{Z}$

10) Encontro das assíntotas ($\eta \geq 2$): no eixo real no ponto $\frac{1}{\eta} \left(\sum_{r=1}^m \text{Re}(\lambda_r) - \sum_{r=1}^{\ell} \text{Re}(\gamma_r) \right)$

11) Cruzamento com o eixo real: Os pontos do lugar das raízes de chegada ou partida do eixo real, quando existem, satisfazem a equação $N(s)\dot{D}(s) = D(s)\dot{N}(s)$

12) Cruzamento com o eixo imaginário: ocorrem em $s = \pm j\omega$, com $\omega \geq 0$, solução de $D(s) + kN(s) = 0$