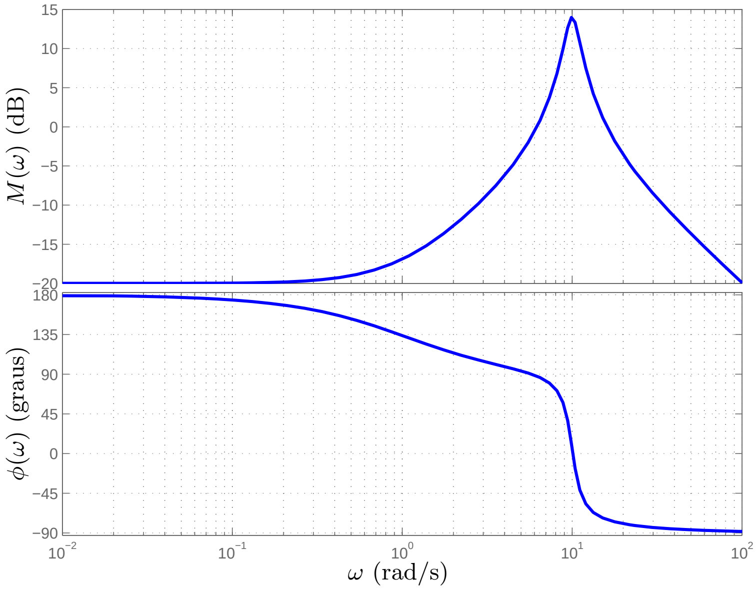
Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 10 + \text{sen}(6t)$ do sistema cujo diagrama de Bode é mostrado abaixo.

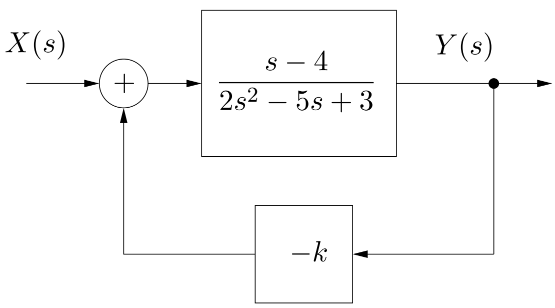


1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

2ª Questão: Determine os valores de β para os quais o sistema abaixo é não controlável e não observável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} -3\beta & 1 \end{bmatrix} v$$

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC do sistema em malha fechada em função do parâmetro k



4ª Questão: Assinale a alternativa correta
- Um sistema linear BIBO estável é também assintoticamente estável.
- Um sistema linear assintoticamente estável é também BIBO estável.
- Um sistema linear instável não pode ser BIBO estável.
- Um sistema linear não BIBO estável pode ser assintoticamente estável.
- Nenhuma das anteriores

5ª Questão: Considere o sistema

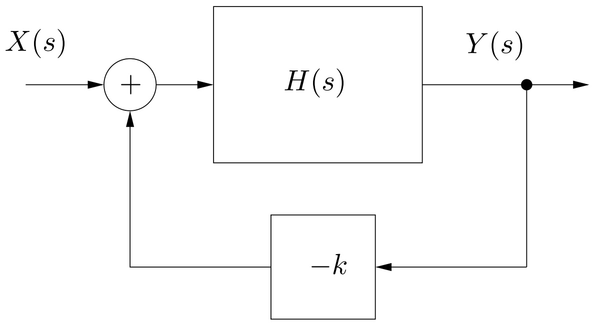
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} v$$

a) Determine uma transformação $\bar{v} = Pv$ que leve a uma representação equivalente evidenciando os modos não observáveis. Escreva também o sistema transformado.

b) Obtenha a função de transferência do sistema equivalente

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{s^2 - s}{2s^3 + 9s + 9} \ ,$$



7ª Questão: Um sistema linear invariante no tempo é caracterizado por

$$\dot{v} = Av \ , \ A'P + PA = -I \ , \ P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

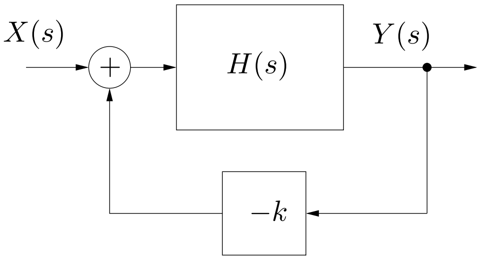
O que pode ser afirmado sobre a estabilidade do sistema (se é instável, assintoticamente estável, ou estável mas não assintoticamente estável)? Justifique.

8ª Questão: Classifique (justificando) a estabilidade do ponto de equilíbrio $v = 0$ (se é instável, assintoticamente estável, ou estável mas não assintoticamente estável) do sistema linear autônomo

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v$$

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

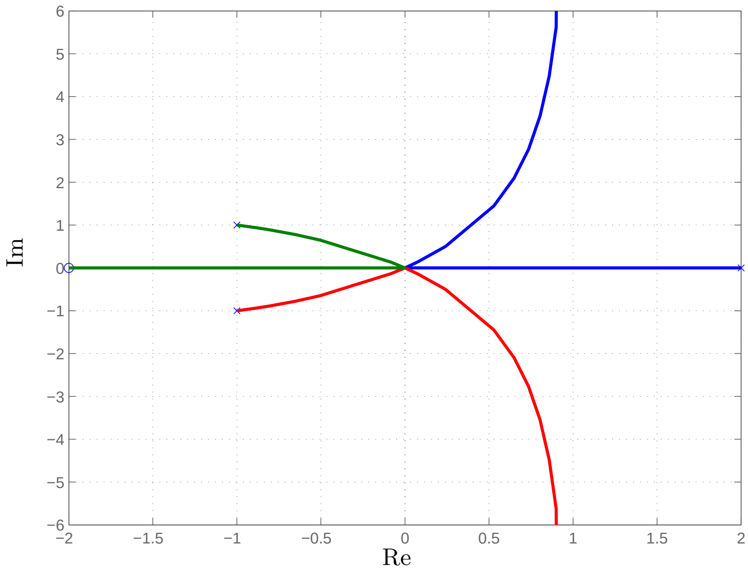
$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+4s+8}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado.

b) Determine os pontos (no plano s) de entrada no eixo real (se houver) e o valor de $k > 0$ associado

10ª Questão: Considere o lugar das raízes de um sistema $H(s)$ realimentado negativamente com ganho k, mostrado na figura ao lado. Determine:



a) Os pólos e zeros do sistema

b) O valor do ganho k em $s = 0$

c) As assíntotas do sistema modificado pela inclusão de um pólo em $s = 0$. Desenhe na própria figura.

Consulta

$$M_{\text{dB}}(\omega) = 20 \log M(\omega) \ \text{ sendo log o logaritmo na base 10}$$

Controlável se e somente se *rank*$\big(\text{Ctrb}(A, b)\big) = n$. Observável se e somente se *rank*$\big(\text{Obsv}(A, c)\big) = n$.

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ cA^2 \\ \vdots \\ cA^{n-1} \end{bmatrix} \quad , \quad \text{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2 b & \cdots & A^{n-1} b \end{bmatrix}$$

Decomposição canônica: $\bar{v} = Pv$
Se *rank* de $\text{Ctrb}(A, b) = r < n$, P^{-1} é formada por colunas de 1 a r LI de $\text{Ctrb}(A, b)$ mais vetores LI

Se *rank* de $\text{Obsv}(A, c) = r < n$, P é formada por linhas de 1 a r LI de $\text{Obsv}(A, c)$ mais vetores LI

Sensibilidade de $f(x, y)$ em relação a x: $\dfrac{x}{f}\dfrac{\partial f}{\partial x}$

Lugar das Raízes: $1 + kH(s) = 0$, $H(s) = N(s)/D(s) \ \Rightarrow \ D(s) + kN(s) = 0$

$$D(s) = \sum_{r=0}^{m} \alpha_r s^r \ , \ \alpha_m = 1 \quad , \quad N(s) = \sum_{r=0}^{\ell} \beta_r s^r$$

1) Simetria em relação ao eixo real.

2) Os pólos e os zeros (finitos) de malha aberta fazem parte do lugar das raízes para, respectivamente, $k = 0$ e $k \to +\infty$.

3) Condição de fase: $\displaystyle \sum_{r=1}^{\ell} \varphi_r(s) - \sum_{r=1}^{m} \phi_r(s) = \pi$
sendo $\phi_r(s) = \angle(s - \lambda_r)$ o ângulo do vetor do pólo λ_r até o ponto s do lugar das raízes e $\varphi_r(s) = \angle(s - \gamma_r)$ o ângulo do vetor do zero γ_r até o ponto s do lugar das raízes.

4) Condição de módulo: $\displaystyle k = \Big(\prod_{r=1}^{m} |s - \lambda_r|\Big) / \Big(\prod_{r=1}^{\ell} |s - \gamma_r|\Big)$

5) Eixo real: O lugar das raízes no eixo real está sempre à esquerda de um número ímpar de pólos e zeros reais.

6) Ângulo de partida dos pólos: $\displaystyle \phi_i(s)\Big|_{s \approx \lambda_i} = \pi + \sum_{r=1}^{\ell} \varphi_r(s) - \sum_{r=1, r \neq i}^{m} \phi_r(s)$

7) Ângulo de chegada aos zeros: $\displaystyle \varphi_i(s)\Big|_{s \approx \gamma_i} = \sum_{r=1}^{m} \phi_r(s) - \sum_{r=1, r \neq i}^{\ell} \varphi_r(s)$

8) O número de assíntotas η é igual ao número de zeros no infinito, isto é, $\eta = m - \ell$

9) Ângulos das assíntotas: $\dfrac{\pi(1 + 2r)}{m - \ell} \quad , \quad \beta_\ell > 0 \quad , \quad r \in \mathbb{Z}$

10) Encontro das assíntotas ($\eta \geq 2$): no eixo real no ponto $\displaystyle \frac{1}{\eta}\left(\sum_{r=1}^{m} \text{Re}(\lambda_r) - \sum_{r=1}^{\ell} \text{Re}(\gamma_r)\right)$

11) Cruzamento com o eixo real: Os pontos do lugar das raízes de chegada ou partida do eixo real, quando existem, satisfazem a equação $N(s)\dot{D}(s) = D(s)\dot{N}(s)$

12) Cruzamento com o eixo imaginário: ocorrem em $s = \pm j\omega$, com $\omega \geq 0$, solução de $D(s) + kN(s) = 0$