

1ª Questão: Determine a solução forçada $y_f(t)$ para a entrada $x(t) = \exp(t) + 5$ do sistema linear invariante no tempo cuja equação diferencial é dada por

$$\ddot{y} + 5\dot{y} + 6y = x$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}$$

$$x(t) = \exp(t) + 5$$

$$y_f(t) = H(1)\exp(t) + H(0)5 = \frac{1}{12}\exp(t) + \frac{5}{6}$$

2ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Laplace (bilateral) e domínio de existência Ω_x são dados por

$$X(s) = \frac{-2}{(s+2)^5}, \quad \text{Re}(s) < -2$$

$$Y(s) = X(-s) = \frac{2}{(s-2)^5}, \quad \Omega_y = \{\text{Re}(-s) < -2\} = \{\text{Re}(s) > 2\}$$

$$y(t) = \frac{1}{12}t^4 \exp(2t)u(t) \quad \Rightarrow \quad x(t) = y(-t) = \frac{1}{12}t^4 \exp(-2t)u(-t)$$

3ª Questão: Determine $x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ (transformada de Laplace bilateral inversa) para

$$X(s) = \frac{6s^2 - 6s - 27}{(s+1)^2(s-3)}, \quad -1 < \text{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = \frac{6s^2 - 6s - 27}{(s+1)^2(s-3)} = \frac{(15/4)}{(s+1)^2} + \frac{(87/16)}{s+1} + \frac{(9/16)}{s-3}$$

$$x(t) = \left(\frac{15}{4}t + \frac{87}{16}\right)\exp(-t)u(t) - \frac{9}{16}\exp(3t)u(-t)$$

4ª Questão: a) Determine a transformada unilateral de Laplace $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$, sendo $y(t)$ a solução da equação diferencial abaixo

$$\dot{y} + 2y = 12 \exp(-2t) \cos(3t)u(t), \quad y(0) \text{ dado}$$

b) Determine a solução para $y(0) = 10$

$$sY(s) - y(0) + 2Y(s) = 12 \frac{(s+2)}{(s+2)^2 + 9} \Rightarrow Y(s) = \frac{12}{(s+2)^2 + 9} + \frac{y(0)}{s+2}$$

$$y(t) = (4 \exp(-2t) \sin(3t) + 10 \exp(-2t))u(t)$$

5ª Questão: Determine a resposta à rampa $y_r(t)$ (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo causal descrito pela equação diferencial

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = 6x$$

$$H(s) = \frac{6}{(s+1)(s+3)}, \quad X(s) = 1/s^2$$

$$Y_r(s) = \left(\frac{6}{(s+1)(s+3)} \right) \frac{1}{s^2} = \frac{2}{s^2} - \frac{(8/3)}{s} + \frac{2}{s+1} - \frac{(1/3)}{s+3}$$

$$y_r(t) = \left(2t - \frac{8}{3} + 3 \exp(-t) - \frac{1}{3} \exp(-3t) \right) u(t)$$

6ª Questão: Determine, para o sinal causal $y(t)$ cuja transformada de Laplace é dada abaixo

$$Y(s) = \frac{(3s+2)(5s+3)(3s-5)}{s(s^2+2s+5)(s+1)}, \quad \text{Re}(s) > -1$$

a) O valor final $y(\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$ b) O valor inicial $y(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} y(t)$

$$\text{a) } y(+\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = -6 \quad \text{b) } y(0^+) = \lim_{s \rightarrow +\infty} sY(s) = 45$$

7ª Questão: a) Determine a solução forçada $y_f(t)$ da equação diferencial

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 4y = 2 \exp(-2t)$$

b) Determine a solução para $y(0) = 4, \dot{y}(0) = -3$

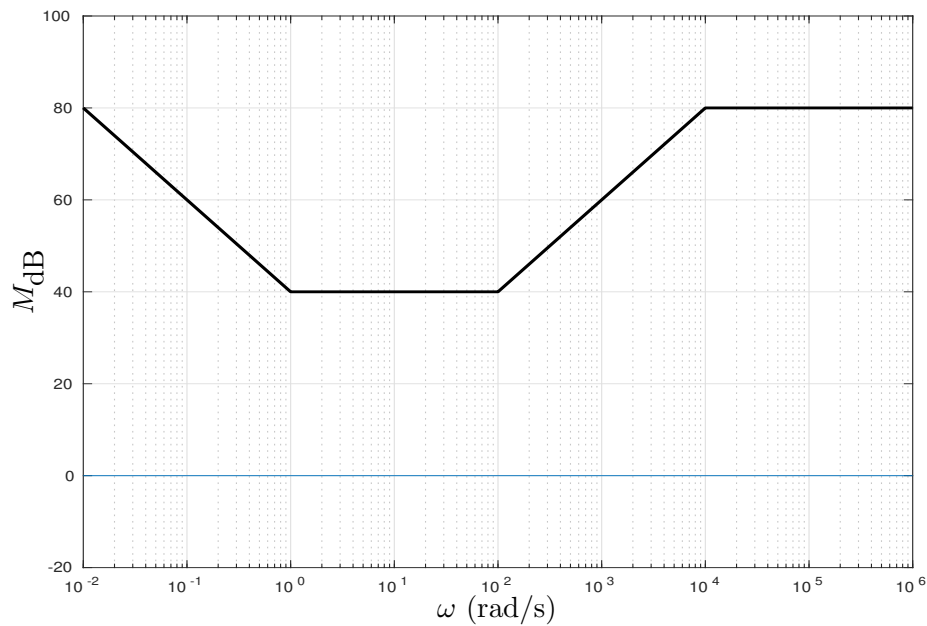
$$y_f(t) = t^2 \exp(-2t), \quad y(t) = (t^2 + 5t + 4) \exp(-2t)$$

8ª Questão: Determine a equação diferencial homogênea e as condições iniciais que produzem a solução

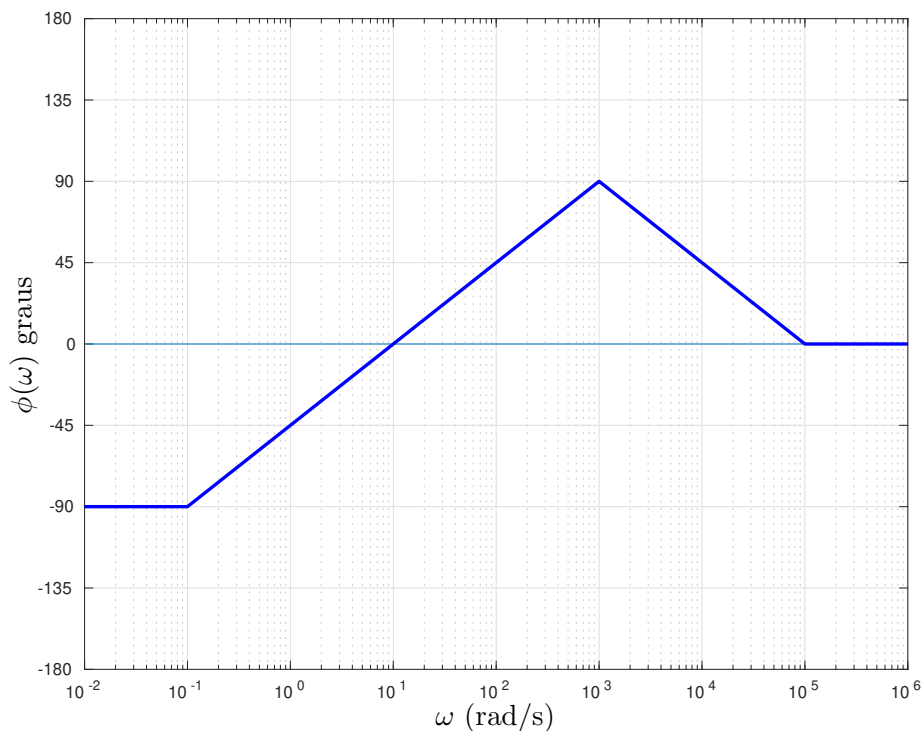
$$y(t) = 10t^2 - \exp(-3t)(2 \cos(2t) - 5 \sin(2t))$$

$$p^3((p+3)^2 + 4)y = 0, \quad y(0) = -2, \dot{y}(0) = 16, \ddot{y}(0) = -50, \dddot{y}(0) = 212, \ddddot{y}(0) = -362$$

9ª Questão: Considere as assíntotas de módulo do diagrama de Bode em escala logarítmica da função de transferência de um sistema linear invariante no tempo de fase mínima da figura abaixo.



a) Esboce as assíntotas de fase (em graus)

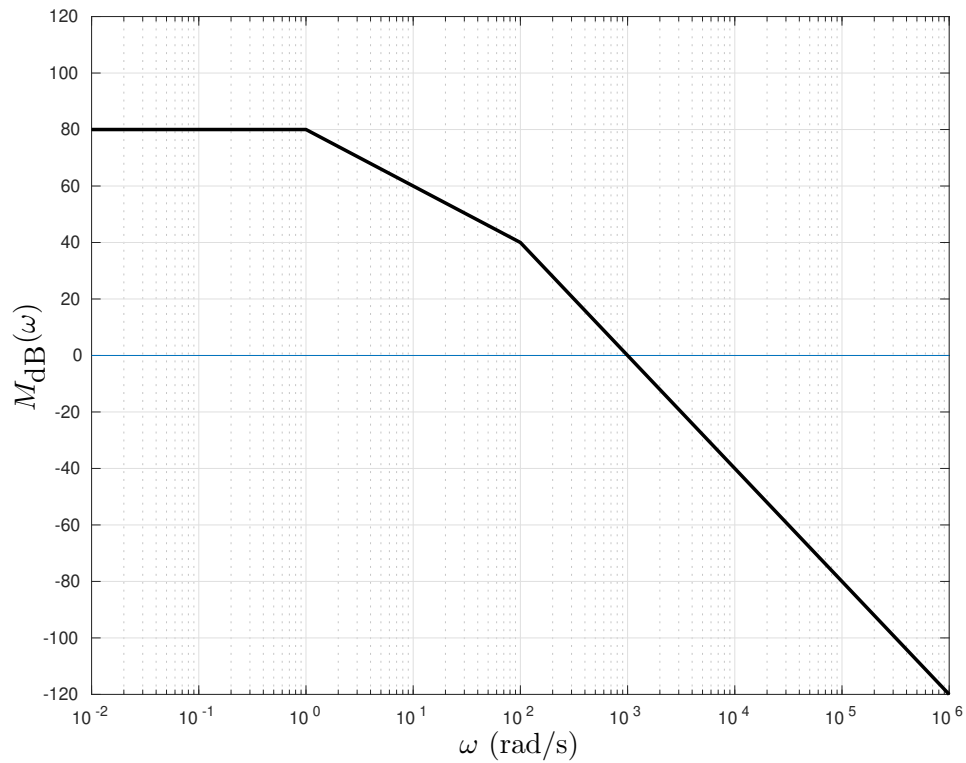


b) Baseando-se nos diagramas assintóticos de módulo e fase, determine a solução forçada do sistema para a entrada $x(t) = 100 \cos(10t) + \sin(10000t)$

$$y_f(t) = 10000 \cos(10t) + 10000 \sin(10000t + 45^\circ)$$

10ª Questão: a) Esboce as assíntotas do módulo (diagrama de Bode em escala logarítmica) do sistema linear invariante no tempo descrito pela função de transferência

$$H(s) = \frac{10^6}{(s + 1)(s + 100)}$$



b) Esboce as assíntotas da fase (diagrama de Bode em graus) do sistema.

