1ª Questão: Defina controlabilidade para sistemas lineares invariantes no tempo.

SLIT são controláveis se, para qualquer estado inicial $v(0)$ e um estado $v(\tau)$ final arbitrário, existir uma entrada $x(t)$, $t \in [0, \tau]$ que leve o sistema de $v(0)$ a $v(\tau)$ em tempo finito τ.

2ª Questão: Determine os autovalores associados aos modos controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda - 2)$$

Autovalores: 1 (controlável) e 2 (não controlável), pois

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \ rank \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não contr.)}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \ rank \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (contr.)}$$

3ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo: a) é controlável? b) é observável? Justifique a resposta.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

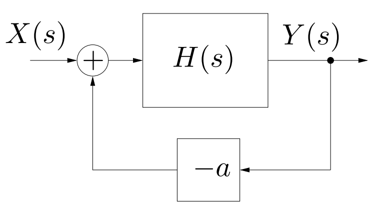
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 5 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

Não é observável nem controlável, pois tem dois blocos de Jordan associados ao autovalor 5

4ª Questão: Para o sistema linear invariante no tempo abaixo, determine os valores de α e β (reais) para que o sistema seja observável

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} v, \quad y = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \end{bmatrix} v \qquad \Longrightarrow \qquad \alpha \neq \beta \neq 0, \quad \alpha \neq 2\beta \neq 0$$

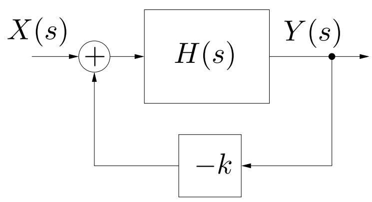
5ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1$



$$H(s) = \frac{5a}{s^2 + 10s + 2a}$$

$$G(s) = \frac{5a}{s^2 + 10s + 5a^2 + 2a}, \quad \frac{\partial G}{\partial a} \frac{a}{G} = \frac{s^2 + 10s - 5a^2}{s^2 + 10s + 2a + 5a^2} \Big|_{s=0} = \frac{-5a^2}{2a + 5a^2} \Big|_{a=1} = -5/7$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 - s}{s^3 + 8s + 12}$$

$$D(s) = s^3 + ks^2 + (8 - k)s + 12 \quad , \quad 2 < k < 6$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} v$$

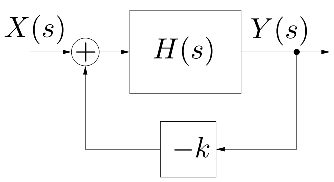
Instável, pois possui um bloco (modal) de Jordan de tamanho maior de que um (2×2), associado ao autovalor $\pm j2$

8ª Questão: Conclua (com justificativa) sobre a estabilidade assintótica do sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ resolvendo a equação de Lyapunov $A'P + PA + 14I = 0$ (A' é o transposto de A) para

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, \qquad \Longrightarrow \qquad P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Assintoticamente estável, pois a solução é única, simétrica e definida positiva.

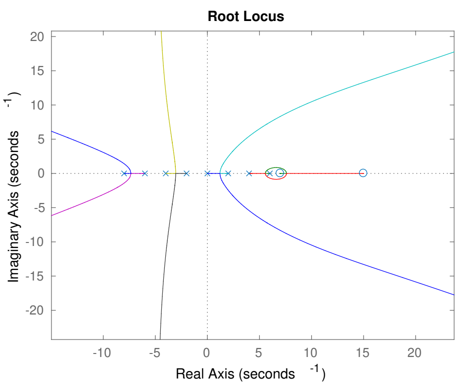
9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com



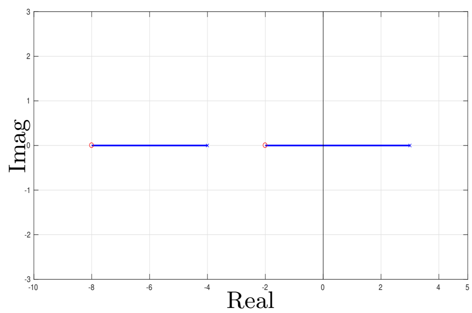
$$H(s) = \frac{(s-7)(s-15)}{(s+8)(s+6)(s+4)(s+2)s(s-2)(s-4)(s-6)}$$

Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas

$$\eta = 6, \quad \frac{\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{-5\pi}{6}, \quad (8+6+4+2+0-2-4-6-(7+15))/6 = -30/6 = -5$$



10ª Questão: No lugar das raízes da figura (polos em 3 e -4, zeros em -2 e -8), determine o valor de k no cruzamento com o eixo imaginário.



Cruzamento com o eixo imaginário em $s = 0$, com valor $k = \dfrac{|3||-4|}{|-8||-2|} = \dfrac{3}{4}$