$1^{\underline{a}}$ Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x = 1 + \text{sen}(t)$ do sistema linear invariante no tempo descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -25v_1 + x, \quad y = -48v_1 + 3x$$

$$H(s) = 3 + \frac{-48}{s^2+25} = \frac{3s^2+27}{s^2+25}, \quad y_f(t) = |H(0)|1 + |H(j)|\ \text{sen}(t) = \frac{27}{25} + \ \text{sen}(t)$$

$2^{\underline{a}}$ Questão: Determine os autovalores associados aos modos controláveis e não controláveis (justifique) para o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda - 5)$$

Autovalores: 2 (controlável) e 5 (não controlável), pois

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 2 \text{ (contr.)}, \quad M_5 = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \text{ rank} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} = 1 \text{ (não contr.)}$$

$3^{\underline{a}}$ Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo: a) é controlável? b) é observável? Justifique a resposta.

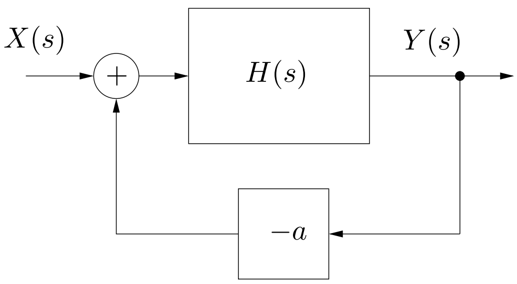
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&4&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&4&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&4&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&9&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&9&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&2&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&2 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 2 & 5 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

Não controlável nem observável, pois há dois blocos de Jordan para o autovalor zero.

$4^{\underline{a}}$ Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro a, para $a = 1$

$$H(s) = \frac{5a}{s^2 - as + a}$$



$$G(s) = \frac{5a}{s^2 - as + a + 5a^2}, \quad \frac{\partial G}{\partial a}\frac{a}{G} = \frac{s^2 - 5a^2}{s^2 - as + a + 5a^2}\Big|_{s=0} = \frac{-5a}{1+5a}\Big|_{a=1} = -5/6$$

$5^{\underline{a}}$ Questão: Utilizando a tabela de Routh-Hurwitz, determine quantas raízes do polinômio $D(s)$ possuem parte real positiva. Justifique a resposta.

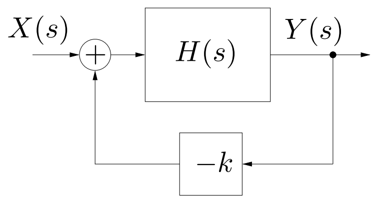
$$D(s) = 5s^5 + 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 1s + 1$$

s^5	5	3	1
s^4	4	2	1
s^3	2/4	−1/4	
s^2	4	1	
s	−6/4		
1	1		

(×4)

Duas trocas de sinal ⇒ duas raízes com parte real positiva.

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{-s^2 + s}{3s^3 + 11s^2 + 8}$$

$$D(s) = 3s^3 + (11 - k)s^2 + ks + 8 \quad , \quad 3 < k < 8$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo dado abaixo é estável, assintoticamente estável ou instável? Justifique

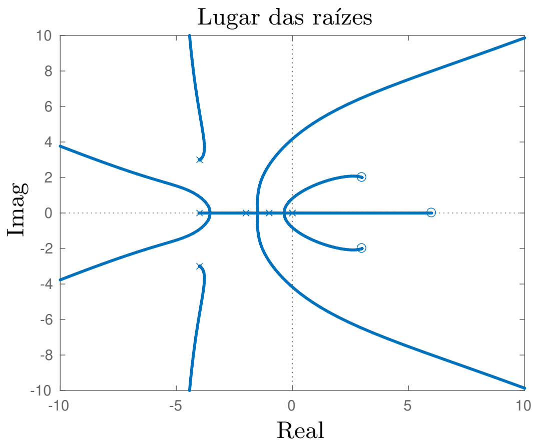
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} v$$

Estável, pois possui autovalores com parte real negativa e um bloco modal com autovalores $\pm j$

8ª Questão: Defina (com palavras) os conceitos de estabilidade, estabilidade assintótica e instabilidade para sistemas lineares invariantes no tempo em relação ao ponto de equilíbrio igual $v = 0$ (origem), relacionando cada uma das situações com os autovalores da matriz dinâmica A do sistema $\dot{v} = Av$.

Estável: há trajetórias que não se afastam nem tendem assintoticamente para a origem;
Assintoticamente estável: qualquer trajetória tende assintoticamente para a origem;
Instável: existem trajetórias que divergem (se afastam da origem);
Assintoticamente estável: todos autovalores com parte real negativa;
Estável: autovalores com parte real negativa ou nula, porém nenhum bloco de Jordan de tamanho maior do que 1 para os autovalores com parte real nula;
Instável: algum autovalor com parte real positiva ou parte real nula com bloco de Jordan de tamanho maior ou igual a 2.

9ª Questão: Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas), determinando o ponto de encontro das assíntotas com

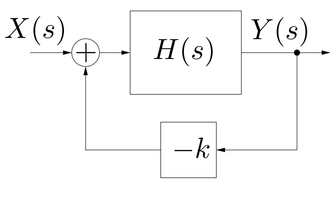


$$H(s) = \frac{((s-3)^2+4)(s-6)}{s^2(s+1)^2(s+2)^2((s+4)^2+9)(s+4)}$$

$$\eta = 6, \qquad \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-5\pi}{6}$$

$$(-1-1-2-2-4-4-4-(3+3+6))/6 = -5$$

10ª Questão: Usando a aproximação das assíntotas para o sistema realimentado mostrado na figura, determine o intervalo para $k > 0$ que garante a estabilidade do sistema



$$H(s) = \frac{1}{(s+2)^4}$$

Cruzamento com o eixo imaginário em $\pm j2$, com máximo valor dado por $k < \sqrt{8}\sqrt{8}\sqrt{8}\sqrt{8} = 64$