

1ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema

$$\dot{v} = \left[\begin{array}{cc|ccc} 0 & 1 & 7 & 6 & 5 \\ -1 & -1 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 9 \end{array} \right] v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x$$

$$y = [3 \ 2 \mid 4 \ 5 \ 6] v \quad \Rightarrow \quad H(s) = [3 \ 2] \begin{bmatrix} s & -1 \\ 1 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{2s+3}{s^2+s+1}$$

b) Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 100 + 100 \cos(t)$

$$y_f(t) = 300 + 361 \cos(t - 0.983) = 300 + 361 \cos(t - 56.3^\circ) = 300 + 100\sqrt{13} \cos(t - 0.983)$$

2ª Questão: a) O sistema abaixo é observável? Justifique.

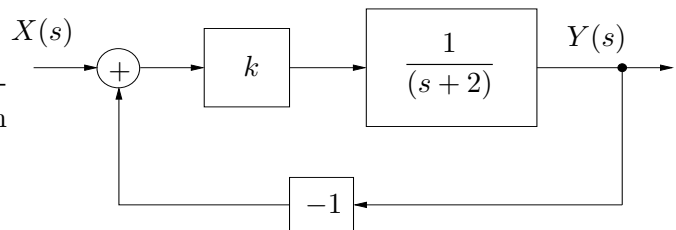
$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 7 & 12 & 6 \\ -18 & -30 & -16 \\ 10 & 17 & 9 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = [1 \ 1 \ 1] v$$

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ cA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Não observável pois } \text{rank}(\text{Obsv}(A, c)) = 1$$

b) Quantos autovalores (modos) são observáveis e quantos não são? Justifique

Um autovalor é observável (igual ao $\text{rank}(\text{Obsv}(A, c))$) e dois autovalores não são

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do ganho k do compensador para $k = 8$



$$G(s) = \frac{k}{s+2+k}, \quad \frac{\partial G}{\partial k} \frac{k}{G} = \frac{s+2}{s+2+k} \Big|_{s=0, k=8} = 0.2$$

4ª Questão: Considere um sistema linear invariante no tempo (A, b, c, d) com A na forma de Jordan Assinale a(s) alternativa(s) incorreta(s):

F - O sistema é controlável e observável se todos os autovalores de A forem distintos

F - Se houver apenas um bloco de Jordan para cada autovalor, o sistema é controlável e observável

F - Se a forma de Jordan for diagonal, o sistema é controlável e observável

- Se o sistema tiver um único bloco de Jordan e os elementos de b forem não nulos o sistema é controlável

- Se o sistema tiver um único bloco de Jordan e os elementos de c forem não nulos o sistema é observável

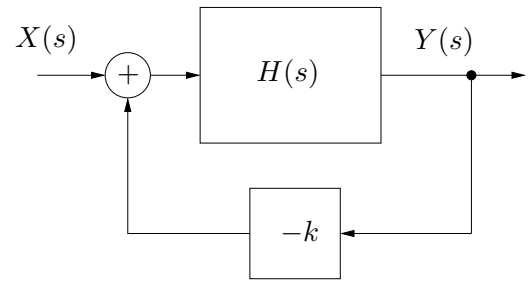
F Se o sistema é controlável e observável a forma de Jordan é diagonal

5ª Questão: Determine os valores de γ para que o sistema abaixo não seja observável

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 7 \end{bmatrix}, \quad c = [\gamma \ 2] \quad \Rightarrow \quad \gamma = -2, \quad \gamma = -8$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{8s}{4s^4 + 8s^3 + 12s^2 + 5}$$



$$D(s) = 4s^4 + 8s^3 + 12s^2 + 8ks + 5, \quad 0.5 < k < 2.5$$

7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ é tal que $P = P' > 0$ produz

$$A'P + PA = \begin{bmatrix} -5 & \beta \\ \beta & -1 \end{bmatrix}$$

Para quais valores de β a estabilidade assintótica do sistema está assegurada?

$$-(A'P + PA) > 0 \Leftrightarrow 5 - \beta^2 > 0, \quad -\sqrt{5} < \beta < \sqrt{5}$$

8ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ com

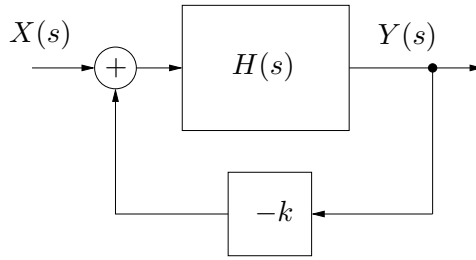
$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

e a equação de Lyapunov $A'P + PA = -6I$. Determine a solução P e, em função da solução obtida, conclua sobre a estabilidade assintótica do sistema.

$$P = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}, \quad \text{ sistema não é assintoticamente estável}$$

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

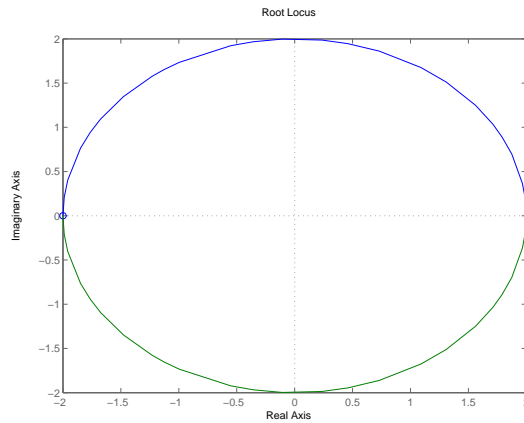
$$H(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 - 4s + 4} = \frac{(s + 2)^2}{(s - 2)^2}$$



a) Determine os pontos de cruzamento com o eixo imaginário e o correspondente valor de k

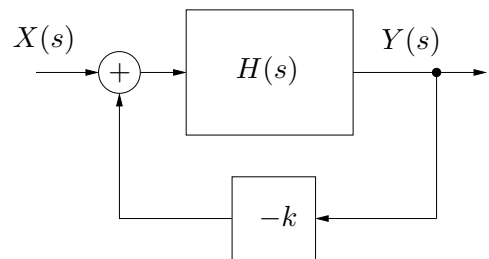
$$k = 1, \pm j2$$

b) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado

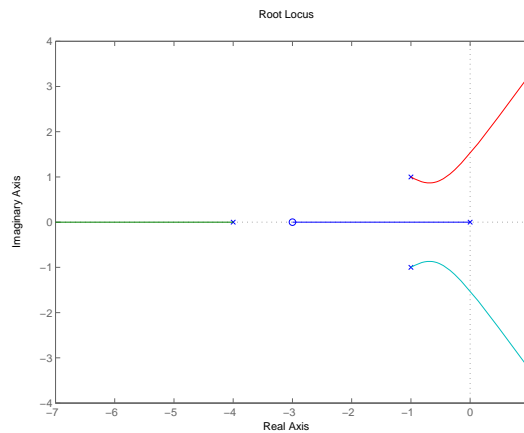


10ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s + 3}{s^4 + 6s^3 + 10s^2 + 8s} = \frac{s + 3}{s(s + 4)(s + 1 + j)(s + 1 - j)}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas)



b) Determine o ponto de encontro das assíntotas no eixo real: -1