Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.

1ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 7 & 6 & 5 \\ -1 & -1 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} v$$

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

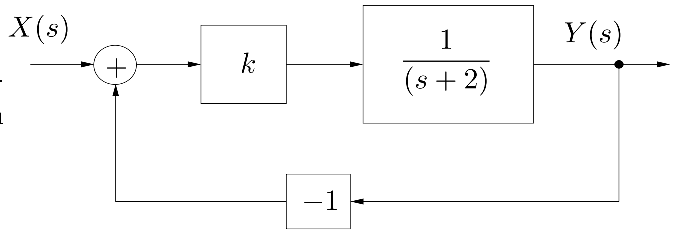
b) Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 100 + 100\cos(t)$

2ª Questão: a) O sistema abaixo é observável? Justifique.

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 7 & 12 & 6 \\ -18 & -30 & -16 \\ 10 & 17 & 9 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

b) Quantos autovalores (modos) são observáveis e quantos não são? Justifique.

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do ganho k do compensador para $k = 8$



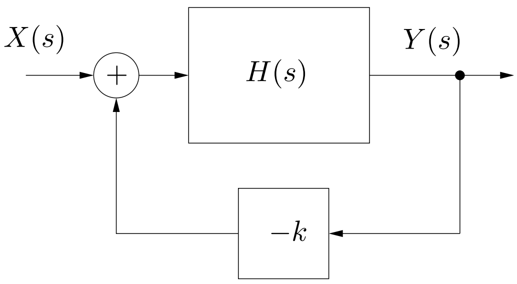
4ª Questão: Considere um sistema linear invariante no tempo (A, b, c, d) com A na forma de Jordan Assinale a(s) alternativa(s) incorreta(s):
- O sistema é controlável e observável se todos os autovalores de A forem distintos
- Se houver apenas um bloco de Jordan para cada autovalor, o sistema é controlável e observável
- Se a forma de Jordan for diagonal, o sistema é controlável e observável
- Se o sistema tiver um único bloco de Jordan e os elementos de b forem não nulos o sistema é controlável
- Se o sistema tiver um único bloco de Jordan e os elementos de c forem não nulos o sistema é observável
- Se o sistema é controlável e observável a forma de Jordan é diagonal

5ª Questão: Determine os valores de γ para que o sistema abaixo não seja observável

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} \ , \ c = \begin{bmatrix} \gamma & 2 \end{bmatrix}$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{8s}{4s^4 + 8s^3 + 12s^2 + 5} \ ,$$



7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ é tal que $P = P' > 0$ produz

$$A'P + PA = \begin{bmatrix} -5 & \beta \\ \beta & -1 \end{bmatrix}$$

Para quais valores de β a estabilidade assintótica do sistema está assegurada?

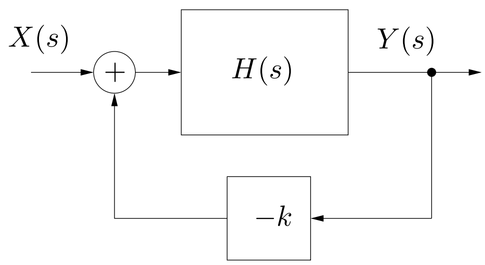
8ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

e a equação de Lyapunov $A'P + PA = -6\mathrm{I}$. Determine a solução P e, em função da solução obtida, conclua sobre a estabilidade assintótica do sistema.

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 - 4s + 4} = \frac{(s+2)^2}{(s-2)^2}$$

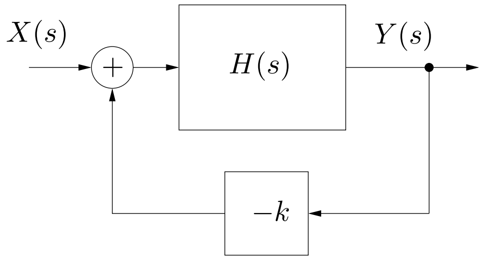


a) Determine os pontos de cruzamento com o eixo imaginário e o correspondente valor de k

b) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado

10ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s+3}{s^4 + 6s^3 + 10s^2 + 8s} = \frac{s+3}{s(s+4)(s+1+j)(s+1-j)}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas)

b) Determine o ponto de encontro das assíntotas no eixo real

Lyapunov: Considere o sistema $\dot{v} = f(v)$. O ponto de equilíbrio $\bar{v} = 0$ é assintoticamente estável se existir um domínio Ω contendo a origem e uma função escalar $\psi(v)$ diferenciável tal que

$$\psi(0) = 0 \quad , \quad \psi(v) > 0 \ \forall v \in \Omega - \{0\} \ \text{ e } \ \dot{\psi}(v) = \frac{d}{dt}\psi(v) < 0 \ \forall v \in \Omega - \{0\}$$

Lyapunov (SLIT): A solução da equação de Lyapunov $A'P + PA = -Q$, $\forall Q = Q' > 0$, é única, simétrica e definida positiva sse todos os autovalores da matriz A tiverem parte real negativa.

Controlável se e somente se $rank\big(\text{Ctrb}(A,b)\big) = n$. Observável se e somente se $rank\big(\text{Obsv}(A,c)\big) = n$.

$$A \in \mathbb{R}^{n\times n} \quad , \quad \text{Obsv}(A,c) = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ \vdots \\ cA^{n-1} \end{bmatrix} \quad , \quad \text{Ctrb}(A,b) = \begin{bmatrix} b & Ab & \cdots & A^{n-1}b \end{bmatrix}$$

Decomposição canônica: $\bar{v} = Pv$

Se *rank* de $\text{Ctrb}(A,b) = r < n$, P^{-1} é formada por colunas de 1 a r LI de $\text{Ctrb}(A,b)$ mais vetores LI

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{v}}_c \\ \dot{\bar{v}}_{\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{\bar{c}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}_c \\ \bar{v}_{\bar{c}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b}_c \\ 0 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} \bar{c}_c & \bar{c}_{\bar{c}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}_c \\ \bar{v}_{\bar{c}} \end{bmatrix} + \bar{d}x$$

Se *rank* de $\text{Obsv}(A,c) = r < n$, P é formada por linhas de 1 a r LI de $\text{Obsv}(A,c)$ mais vetores LI

Sensibilidade de $f(x,y)$ em relação a x: $\dfrac{x}{f}\dfrac{\partial f}{\partial x}$

Lugar das Raízes: $1 + kH(s) = 0$, $H(s) = N(s)/D(s) \ \Rightarrow \ D(s) + kN(s) = 0$

$$D(s) = \sum_{r=0}^{m} \alpha_r s^r \ , \ \alpha_m = 1 \quad , \quad N(s) = \sum_{r=0}^{\ell} \beta_r s^r$$

1) Simetria em relação ao eixo real.

2) Os pólos e os zeros (finitos) de malha aberta fazem parte do lugar das raízes para, respectivamente, $k = 0$ e $k \to +\infty$.

3) Condição de fase: $\displaystyle\sum_{r=1}^{\ell} \varphi_r(s) - \sum_{r=1}^{m} \phi_r(s) = \pi$

sendo $\phi_r(s) = \angle(s-\lambda_r)$ o ângulo do vetor do pólo λ_r até o ponto s do lugar das raízes e $\varphi_r(s) = \angle(s-\gamma_r)$ o ângulo do vetor do zero γ_r até o ponto s do lugar das raízes.

4) Condição de módulo: $\displaystyle k = \Big(\prod_{r=1}^{m} |s-\lambda_r|\Big) \Big/ \Big(\prod_{r=1}^{\ell} |s-\gamma_r|\Big)$

5) Eixo real: O lugar das raízes no eixo real está sempre à esquerda de um número ímpar de pólos e zeros reais.

6) Ângulo de partida dos pólos: $\displaystyle \phi_i(s)\Big|_{s\approx\lambda_i} = \pi + \sum_{r=1}^{\ell} \varphi_r(s) - \sum_{r=1, r\neq i}^{m} \phi_r(s)$

7) Ângulo de chegada aos zeros: $\displaystyle \varphi_i(s)\Big|_{s\approx\gamma_i} = \sum_{r=1}^{m} \phi_r(s) - \sum_{r=1, r\neq i}^{\ell} \varphi_r(s)$

8) O número de assíntotas η é igual ao número de zeros no infinito, isto é, $\eta = m - \ell$

9) Ângulos das assíntotas: $\dfrac{\pi(1+2r)}{m-\ell} \quad , \quad \beta_\ell > 0 \quad , \quad r \in \mathbb{Z}$

10) Encontro das assíntotas ($\eta \geq 2$): no eixo real no ponto $\displaystyle \frac{1}{\eta}\left(\sum_{r=1}^{m} \text{Re}(\lambda_r) - \sum_{r=1}^{\ell} \text{Re}(\gamma_r)\right)$

11) Cruzamento com o eixo real: Os pontos do lugar das raízes de chegada ou partida do eixo real, quando existem, satisfazem a equação $N(s)\dot{D}(s) = D(s)\dot{N}(s)$

12) Cruzamento com o eixo imaginário: ocorrem em $s = \pm j\omega$, com $\omega \geq 0$, solução de $D(s) + kN(s) = 0$