

1ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema

$$\dot{v} = \left[\begin{array}{cc|ccc} 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 7 & 5 & 1 & 4 & 7 \\ 6 & 6 & 2 & 5 & 8 \\ 5 & 7 & 3 & 6 & 9 \end{array} \right] v + \left[\begin{array}{c} 6 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \right] x$$

$$y = [0 \quad 1 \mid 0 \quad 0 \quad 0] v \quad \Rightarrow \quad H(s) = \frac{s+6}{s^2+2s+3}$$

b) Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 100 + 100 \exp(-3t)$

$$y_f(t) = 200 + 50 \exp(-3t)$$

2ª Questão: a) O sistema abaixo é controlável? Justifique.

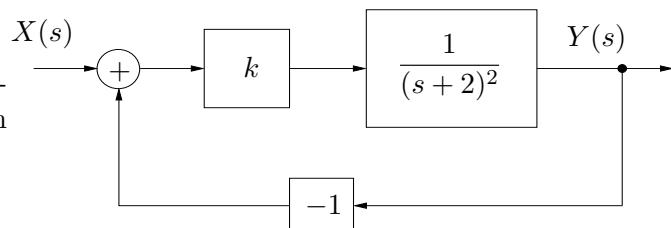
$$\dot{v} = \left[\begin{array}{ccc} 4 & 11 & -3 \\ 2 & 10 & -2 \\ 3 & 5 & -2 \end{array} \right] v + \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right] x, \quad y = [8 \quad -1 \quad 1] v$$

$$\text{Ctrb}(A, b) = [b \quad Ab \quad A^2b] = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \Rightarrow \text{Não controlável pois } \text{rank}(\text{Ctrb}(A, b)) = 1$$

b) Quantos autovalores (modos) são controláveis e quantos não são? Justifique

Um autovalor é controlável (igual ao $\text{rank}(\text{Ctrb}(A, b))$) e dois autovalores não são

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do ganho k do compensador para $k = 6$



$$G(s) = \frac{k}{s^2 + 4s + 4 + k}, \quad \frac{\partial G}{\partial k} \frac{k}{G} = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 4s + 4 + k} \Big|_{s=0, k=6} = 0.4$$

4ª Questão: Considere um sistema linear invariante no tempo (A, b, c, d) com forma de Jordan diagonal

Assinale a(s) alternativa(s) incorreta(s):

F Se todos os autovalores de A forem idênticos e nenhum elemento de c for nulo o sistema é observável

- Se todos os autovalores de A forem distintos e nenhum elemento de b for nulo o sistema é controlável

- Se todos os autovalores de A forem distintos e nenhum elemento de c for nulo o sistema é observável

F Se todos os autovalores de A forem idênticos e nenhum elemento de b for nulo o sistema é controlável

F O sistema não é controlável nem observável

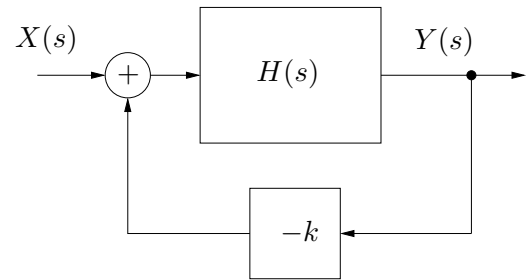
5ª Questão: Determine os valores de γ para que o sistema abaixo não seja controlável

$$A = \left[\begin{array}{cc} 2 & -4 \\ 1 & 7 \end{array} \right], \quad b = \left[\begin{array}{c} 2\gamma \\ 2 \end{array} \right] \Rightarrow \gamma = -1, \quad \gamma = -4$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável

$$H(s) = \frac{2s}{8s^4 + 16s^3 + 24s^2 + 10}$$

$$D(s) = 8s^4 + 16s^3 + 24s^2 + 2ks + 10, \quad 4 < k < 20$$



7ª Questão: O sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ é tal que $P = P' > 0$ produz

$$A'P + PA = \begin{bmatrix} -2\beta & \beta \\ \beta & -1 \end{bmatrix}$$

Para quais valores de β a estabilidade assintótica do sistema está assegurada?

$$-(A'P + PA) > 0 \Leftrightarrow 2\beta > 0, \quad 2\beta - \beta^2 = \beta(2 - \beta) > 0, \quad 0 < \beta < 2$$

8ª Questão: Considere o sistema linear invariante no tempo $\dot{v} = Av$ com

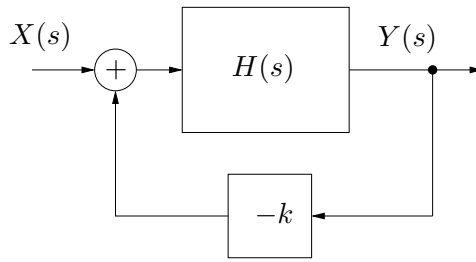
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 12 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e a equação de Lyapunov $A'P + PA = -24I$. Determine a solução P e conclua, em função da solução obtida, sobre a estabilidade assintótica do sistema.

$$P = \begin{bmatrix} -11 & -1 \\ -1 & 133 \end{bmatrix}, \quad \text{sistema não assint. estável}$$

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 - 3s + 2} = \frac{(s + 1)(s + 2)}{(s - 1)(s - 2)}$$

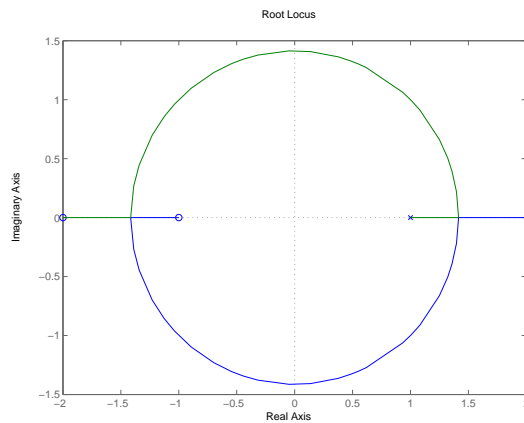


a) Determine os pontos de cruzamento com o eixo real

$$s = \pm\sqrt{2}$$

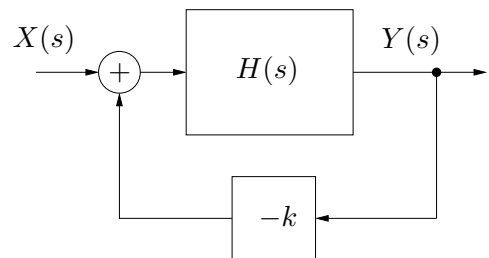
b) Determine os pontos de cruzamento com o eixo imaginário, o correspondente valor de k e esboce (no alçaço) o lugar da raízes

$$k = 1, \pm j\sqrt{2}$$

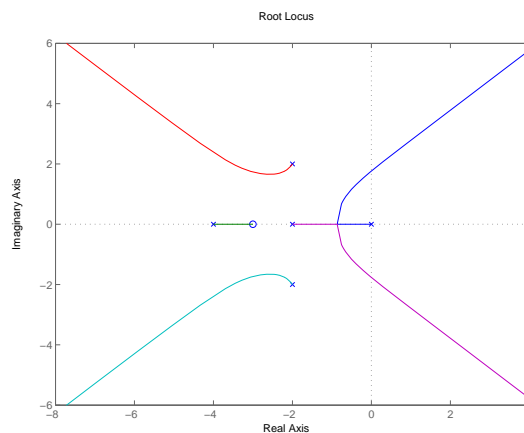


10ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s + 3}{s(s + 2)(s + 4)(s + 2 + 2j)(s + 2 - 2j)}$$



a) Esboce (nas folhas de papel alçaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado (eixo real e assíntotas)



b) Determine o ponto de encontro das assíntotas no eixo real: $-7/4 = -1.75$