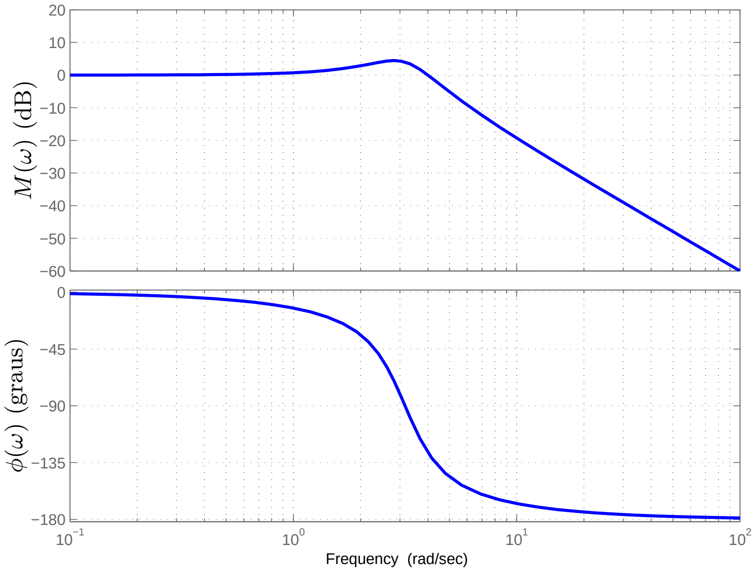
1ª Questão: Determine a solução forçada (regime permanente) para a entrada $x(t) = 10 + 10\text{sen}(4t)$ do sistema cujo diagrama de Bode é mostrado abaixo.



Solução:

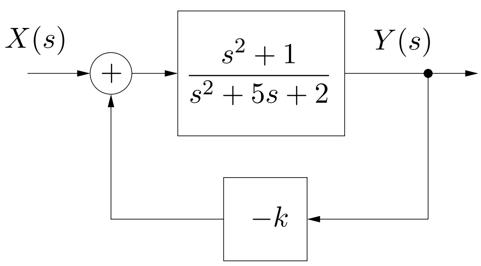
$$y_f(t) \approx 10 + 10\text{sen}(4t - 130^o) \approx 10 + 10\text{sen}(4t - 2.27)$$

2ª Questão: Defina (em palavras) controlabilidade para o sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = Av + bx$$

Solução:
O sistema é controlável se para qualquer estado inicial $v(0)$ e um estado $v(\tau)$ final arbitrário, existir uma entrada $x(t)$, $t \in [0, \tau]$ que leve o sistema de $v(0)$ a $v(\tau)$ em tempo finito τ.

3ª Questão: Determine a sensibilidade do ganho DC ($s = 0$) do sistema em malha fechada em função do parâmetro k, calculada para $k = 5$.



$$= -\frac{k}{2+k}\Big|_{k=5} = -\frac{5}{7} = -0.7143$$

4ª Questão: Considere um sistema linear invariante no tempo (A, b, c, d) e sua matriz de controlabilidade dados por

$$\dot{v} = Av + bx \quad , \quad y = cv + dx \qquad , \qquad \text{Ctrb}(A, b) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

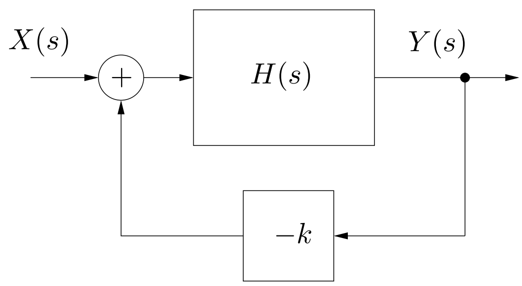
Assinale a alternativa incorreta:
- O sistema não é controlável
- O sistema tem dois modos próprios não controláveis
X O sistema tem dois modos próprios controláveis
- Modos próprios não controláveis não aparecem na função de transferência do sistema
- É possível construir uma transformação de similaridade que separa o vetor de estados em estados controláveis e não controláveis

5ª Questão: Obtenha a matriz de observabilidade e determine se o sistema é ou não observável para

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x \quad , \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

$$\text{Obsv}(A, c) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 10 & 19 & 22 \end{bmatrix} \qquad , \qquad \det(\text{Obsv}(A, c)) \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Observável}$$

6ª Questão: Determine o intervalo para k tal que o sistema em malha fechada mostrado na figura seja BIBO estável



$$H(s) = \frac{s^2 - s + 1}{s^3 + s^2 + 10s + 22}$$

Solução:

$$D(p) = p^3 + (k+1)p^2 + (10-k)p + 22 + k \quad , \quad 2 < k < 6$$

7ª Questão: a) Determine a matriz P solução da equação de Lyapunov associada ao sistema linear invariante no tempo

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 70 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} v$$

isto é, (o símbolo $(\cdot)'$ indica a transposta da matriz)

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} \qquad \text{tal que} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

b) Determine, em função da solução encontrada, se o sistema é assintoticamente estável ou não.

Solução:

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} > 0 \;\; \text{pois } 3 > 0 \text{ e } 3 - 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{sistema assintoticamente estável}$$

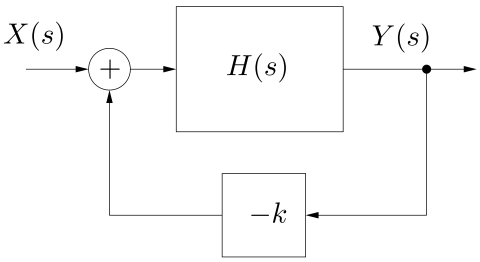
8ª Questão: Considere a estabilidade do ponto de equilíbrio $v = 0$ do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = Av \ , \ A \in \mathbb{R}^{5\times 5} \quad , \quad \text{autovalores de } A : -1 \pm j, -1 \pm j, 0$$

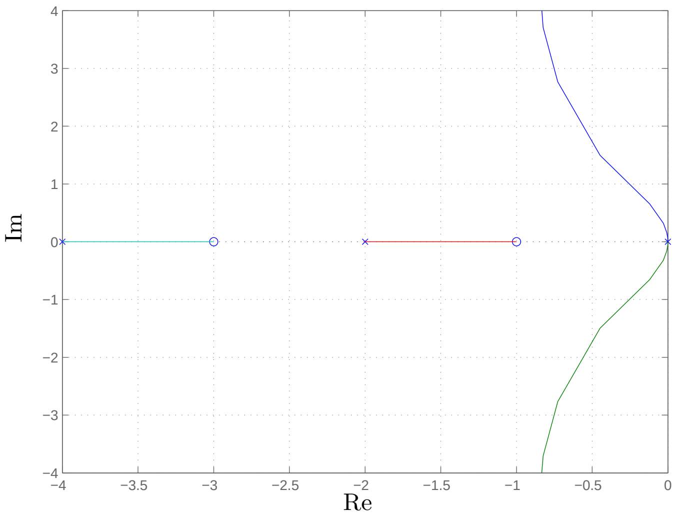
Assinale todas as alternativas que estiverem corretas:
- O ponto de equilíbrio $v = 0$ é assintoticamente estável
- Trajetórias iniciadas em $v(0) = \bar{v}$ (constante) convergem para o ponto de equilíbrio $v = 0$
X Existem condições iniciais $v(0)$ que produzem trajetórias que convergem para o ponto de equilíbrio $v = 0$
X Quaisquer que sejam as condições iniciais, as trajetórias não divergem (isto é, permanecem limitadas)
X O ponto de equilíbrio $v = 0$ não é instável

9ª Questão: Considere o sistema realimentado mostrado na figura com

$$H(s) = \frac{s^2 + 4s + 3}{s^4 + 6s^3 + 8s^2} = \frac{(s+1)(s+3)}{s^2(s+2)(s+4)}$$



a) Esboce (nas folhas de papel almaço) o lugar das raízes para o sistema realimentado.
b) Determine o ponto de encontro das assíntotas: -1



10ª Questão: Considere o lugar das raízes de um sistema $H(s)$ realimentado negativamente com ganho k, mostrado na figura ao lado, com

$$H(s) = \frac{s-1}{(s+5)^3(s+1)}$$

Determine (aproximadamente) o maior valor de k para que o sistema em malha fechada seja BIBO estável

Solução: $k = 125$