1ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada
$x(t) = \exp(t) + \cos(2t)$ do sistema representado pela função de transferência

$$H(s) = \frac{s+10}{s^2+s+1}$$

Solução:

$$\begin{aligned} y_f(t) &= H(s=1)\exp(t) + |H(j2)|\cos(2t + \angle H(j2)) \\ &= (11/3)\exp(t) + 2.83\cos(2t - 2.36) = 3.67\exp(t) + 2.83\cos(2t - 135^o) \end{aligned}$$

2ª Questão: Considere o sistema não linear contínuo no tempo dado por

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= \text{sen}(2v_1 + 2v_2) \\ \dot{v}_2 &= \exp(2v_1) - 1 \end{aligned}$$

a) Determine os pontos de equilíbrio

b) Determine os modos próprios associados ao sistema linearizado em torno dos pontos de equilíbrio

Solução:

$$(0,0), (0,\pi/2) \quad , \quad \begin{bmatrix} \cos(v_1+v_2) & \cos(v_1+v_2) \\ \exp(v_1) & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad (0,0) \to -1.2361, 3.2361 \quad , \quad (0,\pi/2) \to -1 \pm j1.73$$

3ª Questão: Determine uma realização (A, b, c, d) para o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$H(s) = \frac{5s^3 - 39s^2 - 36s - 33}{s^3 - 9s^2 - 8s - 7}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \; , \; b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \; , \; c = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \end{bmatrix} \; , \; d = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$$

4ª Questão: Determine uma expressão analítica para A^{-1} em termos de potências da matriz A para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \eta \\ 1 & 0 & -\xi \\ 0 & 1 & -\delta \end{bmatrix}$$

Solução:

$$A^{-1} = \frac{1}{\eta}\left(A^2 + \delta A + \xi \mathrm{I}\right)$$

5ª Questão: Determine a solução $v(t)$ para

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} v \quad , \quad v(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$v(t) = \begin{bmatrix} 5\exp(6t) - 2\exp(9t) \\ 5\exp(6t) + \exp(9t) \end{bmatrix}$$

6ª Questão: Determine $\rho_0(s)$ e $\rho_1(s)$ tais que

$$(s\mathrm{I} + A)^{-1} = \rho_0(s)\mathrm{I} + \rho_1(s)A \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

Solução:

$$\rho_0 = \frac{3}{s+6} - \frac{2}{s+9} = \frac{s+15}{s^2+15s+54} \quad , \quad \rho_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{s+9} - \frac{1}{s+6}\right) == \frac{-1}{s^2+15s+54}$$

7ª Questão: Determine a forma de Jordan $\hat{A}$ para a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 0 & 6 & 0 \\ 4 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 6)^3$$

Solução: $\mathrm{diag}(J_2(6), J_1(6))$

8ª Questão: Determine a matriz Q que transforma a matriz A abaixo na forma de Jordan $\hat{A} = \mathrm{diag}(J_2(6), J_1(6))$

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad \Delta(\lambda) = (\lambda - 6)^3$$

Solução:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

9ª Questão: Determine um sistema linear autônomo na forma de equação de estados dado por

$$\dot{\bar{v}} = \bar{A}\bar{v} \ , \ \bar{v}(0) = \bar{v}_0 \ , \ x = \bar{c}\bar{v}$$

que produza como saída a função $x(t) = 10t\exp(3t) + \exp(2t)$.

Solução:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{v}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{c} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10ª Questão: Determine a resposta ao impulso (condições iniciais nulas) do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -4 & -13 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 30 \end{bmatrix} v$$

Solução: $h(t) = \big(3\exp(-2t)\cos(3t) + 8\exp(-2t)\mathrm{sen}(3t)\big)u(t)$