

Sinais Discretos e Convolução — Exercícios

1) Considere o sinal discreto $x[n] = 2\delta[n+1] + 2\delta[n+2]$

a) Escreva $x[n]$ como a soma de um sinal par $x_p[n]$ mais um sinal ímpar $x_i[n]$

b) Esboce $x_p[n]$ e $x_i[n]$

2) Considere o sinal discreto $x[n] = 2(u[n+1] - u[n-2])$

a) Esboce $y[n] = x[3-n]$

b) Escreva $y[n]$ como a soma de um sinal par $y_p[n]$ mais um sinal ímpar $y_i[n]$

c) Esboce $y_p[n]$ e $y_i[n]$

3) Considere os sinais discretos $x[n] = 2\delta[n] + 2\delta[n-1]$ e $y[n] = x[-n+2]$

a) Esboce $y[n]$

b) Escreva $y[n]$ como a soma de um sinal par $y_p[n]$ mais um sinal ímpar $y_i[n]$ e esboce $y_p[n]$ e $y_i[n]$

4) Considere $x[n]$ e $y[n]$ dados por

$$x[n] = \delta[n+1] - \delta[n] + u[n-1] - u[n-2] \quad , \quad y[n] = x[4-2n]$$

Escreva $y[n]$ na forma de soma de impulsos e impulsos deslocados, isto é, determine a_k, b_k tais que

$$y[n] = \sum_k a_k \delta[n - b_k] \quad , \quad b_k \in \mathbb{Z} \quad , \quad a_k \in \mathbb{R}$$

5) Determine

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (3n-1)^2 \delta[2n+3]$$

6) Considere o sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] + \frac{1}{4}y[n] = x[n+1] - x[n-1]$$

a) Determine $H(z)$

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} \quad , \quad h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$$

b) Determine o módulo e a fase de $H(z)$ em $z = \exp(j\pi/3)$.

c) Determine a saída $y[n]$ em regime para

$$x[n] = 3\sin(2n) + \frac{1}{3}\cos(\pi n/2)$$

7) Esboce o módulo de $H(z)|_{z=\exp(j\omega)}$ para $\omega \in (-\pi, +\pi)$, sendo $H(z)$ a transformada Z da resposta ao impulso do sistema discreto descrito por

$$y[n] = \frac{x[n+1] - 2x[n] + x[n-1]}{4}$$

8) Determine e esboce

$$x[n] = x_1[n] * x_2[n]$$

para

$$x_1[n] = u[n] - u[n-1] - u[n-2] + u[n-3] \quad , \quad x_2[n] = u[n-1] - u[n-2]$$

9) a) Determine a função de transferência $H(z)$ de um sistema linear invariante no tempo $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito por

$$y[n+1] = v[n] + x[n] \quad , \quad v[n+1] = -2v[n] - 2y[n] + 2x[n+1] - x[n]$$

b) Determine a saída forçada $y[n]$ do sistema para a entrada $x[n] = 10(2^n) - 25(3^{-n})$

10) Determine e esboce a convolução de $g[n] = \delta[n+1] - \delta[n-1]$ com a resposta ao impulso do sistema

$$y[n] = \sum_{k=n-2}^n x[k]$$

11) Considere o sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] - \frac{1}{2}y[n] = \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

a) Determine $H(z)$

$$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} \quad , \quad h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$$

b) Determine o módulo e a fase em $z = \exp(j\pi/5)$ de $H(z)$.

c) Determine a saída $y[n]$ em regime para

$$x[n] = 3 \sin(3n) + \frac{1}{3} \cos(\pi n/3)$$

12) Determine e esboce a convolução de

$$g[n] = u[n+1] - u[n-2]$$

com a resposta ao impulso do sistema definido por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k] \quad , \quad h[n] = u[n] - u[n-2]$$

13) Determine o módulo $M(\omega)$ de $H(z = \exp(j\omega))$ para $\omega = \pi/2$, sendo $H(z)$ a transformada Z da resposta ao impulso do sistema discreto descrito por

$$y[n+2] - 4y[n+1] + 4y[n] = x[n]$$

14) Considere o sistema discreto descrito por

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

a) Determine $y[n]$ para $x[n] = 1$ e para $x[n] = (-1)^n$

b) Esboce o módulo de $H(z)|_{z=\exp(j\omega)}$ para ω entre $-\pi$ e $+\pi$, sendo $H(z)$ a transformada Z da resposta ao impulso do sistema.

15) a) Determine $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$, para

$$x_1[n] = u[n+2] - u[n] \quad , \quad x_2[n] = -\delta[n+1] + \delta[n-2]$$

e escreva $y[n]$ na forma de soma de impulsos e impulsos deslocados, isto é, determine a_k, b_k tais que

$$y[n] = \sum_k a_k \delta[n - b_k] \quad , \quad b_k \in \mathbb{Z} \quad , \quad a_k \in \mathbb{R}$$

b) Determine a expressão e esboce $x[n] * y[n]$ para

$$x[n] = \delta[n+1] + 2(u[n-1] - u[n-3]) \quad , \quad y[n] = \delta[n+1] - 2\delta[n-1]$$

c) Determine e esboce $x_1[n] * x_2[n]$ para

$$x_1[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n+1] \quad , \quad x_2[n] = \delta[n+1] - \delta[n-1]$$

16) Considere o sistema descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \exp(-n+k) u[n-k]$$

a) O sistema é causal? b) O sistema é BIBO estável? (Dica: calcule a resposta ao impulso)

17) Considere o sistema descrito por $y[n] = x[n] * (\alpha^{(n-1)} u[n-1])$, $|\alpha| < 1$

a) O sistema é linear? b) O sistema é invariante no tempo? c) O sistema é causal?

d) O sistema é BIBO estável?

18) Considere o sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-2}^n kx[k+2]$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a: a) linear ou não linear;

b) causal ou não causal; c) variante ou invariante no tempo; d) BIBO estável ou não BIBO estável

19) a) Determine e esboce o módulo de $H(z)$ para o sistema descrito pela equação a diferenças

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

sendo $x[n] = z^n$ e $y[n] = H(z)z^n$, para $z = \exp(j\omega)$, com ω entre $-\pi$ e $+\pi$.

b) Determine e esboce a fase de $H(z)$ c) Determine $y[n]$ para $x[n] = \sin(2n) + \cos(3n)$

20) a) Determine $H(z)$ para o sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] - \alpha y[n] = x[n+2] - x[n-2], \quad |\alpha| < 1$$

b) Determine o módulo e a fase em $z = \exp(j\pi/5)$ de $H(z)$ para o sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] - 0.5y[n] = x[n+2] - x[n-2]$$

c) Determine a saída $y[n]$ em regime do sistema do item b) para $x[n] = 30 \sin(2n) + (1/3) \cos(\pi n/2)$

21) a) Determine a resposta ao impulso do sistema descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (n-k)x[k]u[n-k]$$

b) Classifique quanto à: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

22) Considere o sistema linear invariante no tempo descrito por

$$y[n] = x[n] * (\rho^{-n}u[n]), \quad 0 < \rho < 1$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:

a) BIBO-estável ou não BIBO-estável; b) causal ou não causal

23) a) Determine a resposta ao impulso do sistema descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (k-1)u[k-1]x[n-k]$$

b) Classifique o sistema quanto à: linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

24) Classifique os sistemas quanto à linearidade e invariância no tempo

$$\text{a) } y[n] = \frac{x[n] + x[n-1]}{2} \quad \text{b) } y[n] = 2^{-n}(x[n] + x[n-1])$$

25) Classifique os sistemas quanto à linearidade e invariância no tempo

$$\text{a) } y[n] = \sum_{k=n-1}^n 2^{-1}x[k] \quad \text{b) } y[n] = \sum_{k=n-1}^n 2^{-k}x[k]$$

c) Esboce a convolução de $g[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$ com a resposta ao impulso do sistema definido no item a).

26) Considere o sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \max_{k \in \{n-1, n, n+1\}} |x[k]|$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:

a) Linear ou não linear; b) causal ou não causal