

## Ortogonalização — Exercícios

- 1) Determine  $a$  para que  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  sejam ortogonais entre si, sendo

$$x_1(t) = G_2(t) \quad , \quad x_2(t) = \left(\frac{3}{2}t^2 - a\right)G_2(t)$$

- 2) Determine  $a$  para que  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  sejam ortogonais entre si, sendo

$$x_1(t) = (1-t)G_1(t-0.5) \quad , \quad x_2(t) = (at+1)G_1(t-0.5)$$

- 3) Determine  $a$  e  $b$  para que  $x_3(t)$  seja ortogonal a  $x_1(t)$  e a  $x_2(t)$  sendo

$$x_1(t) = G_1(t-0.5) \quad , \quad x_2(t) = tG_1(t-0.5) \quad , \quad x_3(t) = \left(at^2 + bt - \frac{1}{6}\right)G_1(t-0.5)$$

- 4) Determine a projeção de erro quadrático mínimo do sinal  $x(t)$  na base formada pelos sinais  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , isto é, determine  $\alpha$  e  $\beta$  tais que

$$x(t) = (2-t)G_2(t-1) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t) + \epsilon(t) \quad , \quad f_1(t) = G_2(t-1) \quad , \quad f_2(t) = G_2(t-2)$$

sendo  $\epsilon(t)$  o erro de projeção.

$$\epsilon(t) = y - \alpha f_1(t) - \beta f_2(t)$$

- 5) Determine o erro  $\epsilon(t)$  da projeção de erro quadrático mínimo do sinal  $x(t)$  na base formada pelos sinais  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$

$$x(t) = G_3(t-1.5) + G_2(t-2) \quad , \quad f_1(t) = G_2(t-1) \quad , \quad f_2(t) = f_1(t-1)$$

- 6) Determine uma base ortogonal para os sinais, nulos fora do intervalo  $(0,1)$ ,

$$f_1(t) = t-1 \quad , \quad f_2(t) = 1-2t \quad , \quad f_3(t) = 2t+1$$

- 7) Determine uma base ortogonal que represente o espaço de sinais gerado por  $c_1x_1(t) + c_2x_2(t) + c_3x_3(t)$  com

$$x_1(t) = (1+t)G_2(t-1) \quad , \quad x_2(t) = (1-t)G_2(t-1) \quad , \quad x_3(t) = (2t+1)G_2(t-1)$$

- 8) Determine uma base ortogonal para o espaço linear gerado pelos sinais

$$x_1(t) = G_1(t-0.5) - G_1(t-1.5) \quad , \quad x_2(t) = G_1(t-1.5) - G_1(t-2.5) \quad , \quad x_3(t) = G_3(t-1.5)$$

- 9) Determine uma base ortogonal para o espaço gerado pelos sinais

$$x_1(t) = G_1(t-0.5) \quad , \quad x_2(t) = 2G_1(t-0.5) + G_1(t-2.5)$$

- 10) Considere que os  $m$  sinais reais  $x_k(t)$  são ortogonais entre si no intervalo  $(0, T)$  e nulos fora dele com

$$\int_0^T x_k^2(t) dt = T \quad , \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Determine a saída do filtro  $y(T)$  cuja resposta ao impulso é  $h(t) = x_1(T-t)$  para a entrada

$$x(t) = \sum_{k=1}^m \alpha_k x_k(t)$$

11) Considere  $m$  sinais reais ortonormais tais que

$$x_k(t) = x_k(t)G_1(t - 0.5), \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Determine a saída  $y(1)$  do filtro cuja resposta ao impulso é  $h(t) = x_m(1 - t)$  para a entrada

$$x(t) = \sum_{k=1}^m 2^k x_k(t)$$