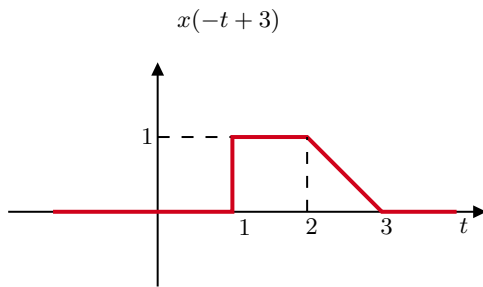


1ª Questão: Dado o sinal $x(t) = tG_1(t - 0.5) + G_1(t - 1.5)$, determine e esboce $x(-t + 3)$

$$x(-t + 3) = G_1(t - 1.5) + (-t + 3)G_1(t - 2.5)$$



2ª Questão: Determine e esboce $x(t) * y(t)$ para $x(t) = G_2(t - 1)$ e $y(t) = G_2(t - 1) - G_2(t - 3)$

$$x(t) = u(t) - u(t - 2) \Rightarrow x(t) * y(t) = \mathcal{I}_y(t) - \mathcal{I}_y(t - 2)$$

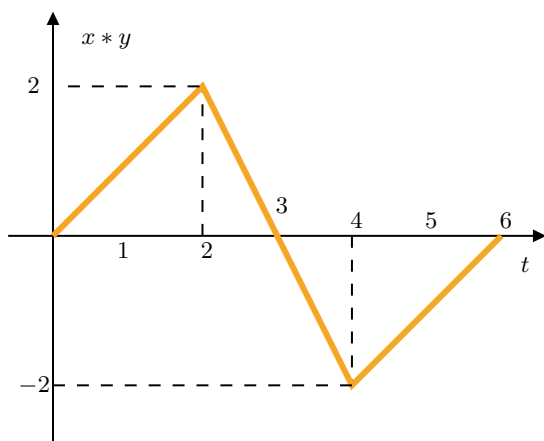
Note que $\mathcal{I}_y(t) = 0$, para $t \in (-\infty, 0)$ e $\mathcal{I}_y(t) = 0$, para $t \in (4, +\infty)$.

$$t \in (0, 2): \mathcal{I}_y(t) = \int_0^t d\beta = tG_2(t - 1)$$

$$t \in (2, 4): \mathcal{I}_y(t) = 2 + \int_2^t (-1)d\beta = (-t + 4)G_2(t - 3)$$

$$\mathcal{I}_y(t) = tG_2(t - 1) + (-t + 4)G_2(t - 3), \quad \mathcal{I}_y(t - 2) = (t - 2)G_2(t - 3) + (-t + 6)G_2(t - 5)$$

$$x(t) * y(t) = tG_2(t - 1) + (-2t + 6)G_2(t - 3) + (t - 6)G_2(t - 5)$$



3ª Questão: Determine $\exp(5t)u(t) * \exp(-2t)u(t)$

$$\exp(5t)u(t) * \exp(-2t)u(t) = u(t) \int_0^t \exp(5\beta) \exp(-2(t - \beta)) d\beta = u(t) \exp(-2t) \int_0^t \exp(7\beta) d\beta$$

$$= u(t) \exp(-2t) \frac{1}{7} (\exp(7\beta)) \Big|_0^t = \left(\frac{\exp(5t) - \exp(-2t)}{7} \right) u(t)$$

4ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema quanto a: a) linearidade; b) invariância no tempo

$$y(t) = \frac{x(t)}{t^2 + 1}$$

Sistema linear e variante no tempo

$$x(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \Rightarrow y(t) = ay_1(t) + by_2(t), \quad y(t+T) = \frac{x(t+T)}{t+T+1} \neq \frac{x(t+T)}{t+1}$$

5ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso $h(t) = (1 + \exp(-5t))u(t-1)$ quanto a: a) BIBO-estabilidade; b) causalidade

Causal (pois $h(t) = 0$ para $t < 0$) e não BIBO-estável (pois $\int |h(t)|dt$ diverge)

6ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x(t) = 2 + \exp(j3t)$ do sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência é dada por

$$H(s) = \frac{5}{s^2 + 15}, \quad y_f(t) = 2H(0) + H(j3) \exp(j3t) = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \exp(j3t)$$

7ª Questão: Determine a melhor aproximação (usando o critério de menor erro médio quadrático) para escrever o sinal $y(t)$ em função de $x_1(t)$ e $x_2(t)$

$$y(t) = t^2 G_2(t-1), \quad x_1(t) = G_2(t-1), \quad x_2(t) = (1-t/2)G_2(t-1)$$

Definindo o erro $\epsilon(t) = y(t) - a_1 x_1(t) - a_2 x_2(t)$, a_1 e a_2 são obtidos da sistema de equações

$$\begin{bmatrix} \langle x_1^2(t) \rangle & \langle x_1(t)x_2(t) \rangle \\ \langle x_2(t)x_1(t) \rangle & \langle x_2^2(t) \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle y(t)x_1(t) \rangle \\ \langle y(t)x_2(t) \rangle \end{bmatrix}$$

Computando

$$\begin{aligned} \langle x_1^2(t) \rangle &= 2, & \langle x_2^2(t) \rangle &= \frac{2}{3}, & \langle x_1(t)x_2(t) \rangle &= 1, & \langle y(t)x_1(t) \rangle &= \frac{8}{3}, & \langle y(t)x_2(t) \rangle &= \frac{2}{3} \\ \Rightarrow a_1 &= \frac{10}{3}, & a_2 &= -4 \end{aligned}$$

8ª Questão: Usando o procedimento de Gram-Schmidt, determine um conjunto de sinais ortogonais $\{g_1(t), g_2(t), g_3(t)\}$ a partir dos sinais

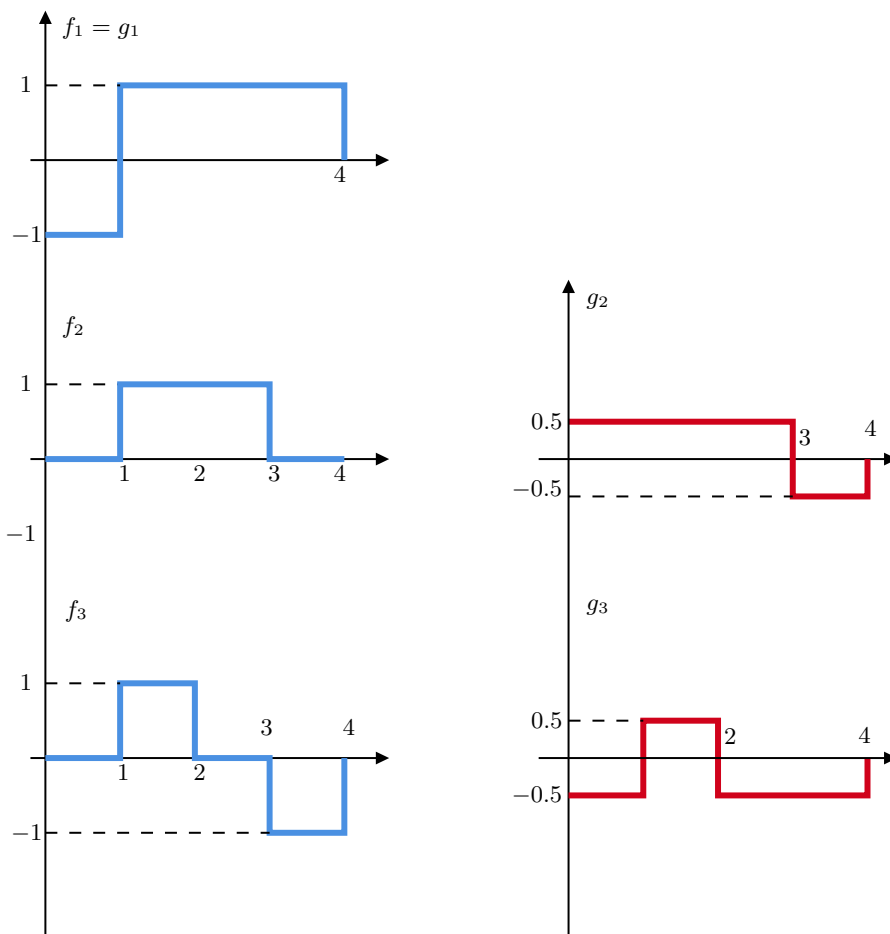
$$f_1(t) = -G_1(t - 0.5) + G_3(t - 2.5), \quad f_2(t) = G_2(t - 2), \quad f_3(t) = G_1(t - 1.5) - G_1(t - 3.5)$$

$$g_1(t) = f_1(t)$$

$$g_2(t) = f_2(t) - \frac{\langle f_2 g_1 \rangle}{\langle g_1^2 \rangle} g_1(t) = f_2(t) - \frac{1}{2} g_1(t) = \frac{1}{2} G_3(t - 1.5) - \frac{1}{2} G_1(t - 3.5)$$

$$g_3(t) = f_3(t) - \frac{\langle f_3 g_1 \rangle}{\langle g_1^2 \rangle} g_1 - \frac{\langle f_3 g_2 \rangle}{\langle g_2^2 \rangle} g_2$$

$$\langle f_3 g_1 \rangle = 0, \quad \langle f_3 g_2 \rangle = 1, \quad \langle g_2^2 \rangle = 1 \quad \Rightarrow \quad g_3(t) = f_3(t) - g_2 = \frac{-1}{2} G_1(t - 0.5) + \frac{1}{2} G_1(t - 1.5) - \frac{1}{2} G_2(t - 3)$$



9ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x(t) = 5j \cos(\frac{\pi}{3}t) - \sin(\frac{\pi}{2}t)$

a) O período fundamental T ; b) Os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier; c) A potência média

$$T_c = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6, T_s = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4 \quad \Rightarrow \quad T = 2(6) = 3(4) = 12$$

$$x(t) = \frac{5j}{2} \exp(j2\frac{2\pi}{12}t) + \frac{5j}{2} \exp(-j2\frac{2\pi}{12}t) - \frac{1}{2j} \exp(j3\frac{2\pi}{12}t) + \frac{1}{2j} \exp(-j3\frac{2\pi}{12}t)$$

$$c_2 = c_{-2} = \frac{5j}{2}, \quad c_3 = -c_{-3} = -\frac{1}{2j}, \quad (\text{demais nulos})$$

Potência média

$$= 2 \left| \frac{5j}{2} \right|^2 + 2 \left| \frac{1}{2j} \right|^2 = 2 \left(\frac{25}{4} \right) + 2 \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{52}{4} = 13$$

10ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x(t)$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k10), \quad p(t) = tG_1(t - 0.5)$$

- a) Os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier
- b) O valor de c_0
- c) A potência média do sinal

$T = 10$, $\omega_0 = \pi/5$. Derivando o pulso $p(t)$, tem-se

$$\frac{d}{dt}(tG_1(t - 0.5)) = \frac{d}{dt}(t(u(t) - u(t - 1))) = G_1(t - 0.5) + t\delta(t) - t\delta(t - 1) = G_1(t - 0.5) - \delta(t - 1)$$

O termo $G_1(t - 0.5)$ pode ser novamente derivado

$$\frac{d}{dt}G_1(t - 0.5) = \frac{d}{dt}(u(t) - u(t - 1)) = \delta(t) - \delta(t - 1)$$

Portanto,

$$c_k = \frac{1}{T} \left(\frac{1}{jk\omega_0} \left(\frac{1 - \exp(-jk\omega_0)}{jk\omega_0} - \exp(-jk\omega_0) \right) \right)$$

O valor médio e a potência média são dados por

$$c_0 = \frac{1}{20}, \quad \text{Pot. média} = \frac{1}{10} \int_0^1 t^2 dt = \frac{1}{30}$$