

Nome:

RA:

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: Dado o sinal $x(t) = tG_1(t - 0.5) + G_1(t - 1.5)$, determine e esboce $x(-t + 3)$

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

2ª Questão: Determine e esboce $x(t) * y(t)$ para $x(t) = G_2(t - 1)$ e $y(t) = G_2(t - 1) - G_2(t - 3)$

3ª Questão: Determine $\exp(5t)u(t) * \exp(-2t)u(t)$

4ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema abaixo $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$ quanto a:
a) linearidade; b) invariância no tempo

$$y(t) = \frac{x(t)}{t^2 + 1}$$

5ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso $h(t) = (1 + \exp(-5t))u(t - 1)$ quanto a: a) BIBO-estabilidade; b) causalidade

6ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x(t) = 2 + \exp(j3t)$ do sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência é dada por

$$H(s) = \frac{5}{s^2 + 15}$$

7ª Questão: Determine a melhor aproximação (usando o critério de menor erro médio quadrático) para escrever o sinal $y(t)$ em função de $x_1(t)$ e $x_2(t)$

$$y(t) = t^2 G_2(t - 1), \quad x_1(t) = G_2(t - 1), \quad x_2(t) = (1 - t/2) G_2(t - 1)$$

8ª Questão: Usando o procedimento de Gram-Schmidt, determine um conjunto de sinais ortogonais $\{g_1(t), g_2(t), g_3(t)\}$ a partir dos sinais

$$f_1(t) = -G_1(t - 0.5) + G_3(t - 2.5), \quad f_2(t) = G_2(t - 2), \quad f_3(t) = G_1(t - 1.5) - G_1(t - 3.5)$$

9ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x(t) = 5j \cos(\frac{\pi}{3}t) - \sin(\frac{\pi}{2}t)$:

- a) O período fundamental T ;
b) Os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier; c) A potência média

10ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x(t)$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k10), \quad p(t) = tG_1(t - 0.5)$$

- a) Os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier
b) O valor de c_0 c) A potência média do sinal

Sinais contínuos e convolução

$$\text{degrau: } u(t) = \begin{cases} 1, t > 0 \\ 0, t \leq 0 \end{cases}, \quad \text{impulso: } \delta(t) = \frac{d}{dt}u(t), \quad u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\beta)d\beta; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\beta)x_2(t-\beta)d\beta, \quad x(t) * \delta(t) = x(t), \quad x(t) * u(t) = \mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta$$

$$\mathcal{I}_{x*y}(t) = x(t) * \mathcal{I}_y(t) = \mathcal{I}_x(t) * y(t) = u(t) * x(t) * y(t), \quad \frac{d}{dt}(x(t) * y(t)) = \dot{x}(t) * y(t) = x(t) * \dot{y}(t)$$

$$G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2), \quad \text{Tri}_{2T}(t) = \frac{1}{T}G_T(t) * G_T(t)$$

$$\text{SLIT: } y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}, \quad h(t) = \mathcal{G}\{\delta(t)\} \text{ (resposta ao impulso), } y(t) = x(t) * h(t)$$

$$\text{Auto-função: } \exp(st) \Rightarrow y(t) = \exp(st) * h(t) = H(s) \exp(st)$$

$$\text{Trans. (bi) de Laplace (função de transferência) } H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-st)dt = \mathcal{L}\{h(t)\}, \quad s \in \Omega_h$$

$$\text{Sol. forçada: para } x(t) = \exp(st), \quad y_f(t) = H(s) \exp(st) \quad (H(s) \text{ finito})$$

$$\text{SLIT: } h(t) = 0, \quad t < 0 \text{ (causal); } \int |h(t)|dt < +\infty \text{ (BIBO-estável)}$$

Para $H(s)$ com $\Omega_h \equiv$ (região de convergência) à direita do polo mais à direita:

$H(s)$ racional própria (grau num $\leq$ grau do den) $\Rightarrow$ causal

$H(s)$ com polos (raízes do den) no semiplano esquerdo (i.e., $j\omega \in \Omega_h$), $\Rightarrow$ BIBO-estável

Resp. em frequência: $H(s = j\omega) = M(\omega) \exp(j\phi(\omega))$ $M(\omega)$ módulo e $\phi(\omega)$ fase

$h(t)$ real: $x(t) = \cos(\omega t)$, $y(t) = M(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega))$

$x(t) = \sin(\omega t)$, $y(t) = M(\omega) \sin(\omega t + \phi(\omega))$

Ortogonalização

$$\text{Sinais ortogonais: } \langle x(t)y^*(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0, \quad \text{Projeção ortogonal: } \langle \epsilon(t)g_k^*(t) \rangle = 0, \quad \forall k$$

$$\text{Gram-Schmidt: } g_1(t) = f_1(t); \quad g_k(t) = f_k(t) - \sum_{\ell=1}^{k-1} \frac{\langle f_k(t)g_\ell(t) \rangle}{\langle g_\ell^2(t) \rangle} g_\ell(t), \quad k = 2, \dots, n$$

$$\text{Erro mínimo quadrático: } x(t) \approx a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \Rightarrow \epsilon(t) = x(t) - a_1x_1(t) - a_2x_2(t)$$

$$\begin{bmatrix} \langle x_1^2(t) \rangle & \langle x_1(t)x_2(t) \rangle \\ \langle x_2(t)x_1(t) \rangle & \langle x_2^2(t) \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle x(t)x_1(t) \rangle \\ \langle x(t)x_2(t) \rangle \end{bmatrix}$$

$$\text{Sinais periódicos: } x(t) = x(t+T), \quad \forall t \text{ e } T > 0 \text{ (menor } T: \text{ período fundamental)}$$

$$g_k(t) = \exp(jk\omega_0 t), \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \text{período } T = \frac{2\pi}{\omega_0};$$

Série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\omega_0 t) \Leftrightarrow c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \exp(-jk\omega_0 t)dt, \quad \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2 \text{ (pot. média)}$$

$$\mathcal{F}_S\{x(t)\}_T = \{c_k\}_{\omega_0} \Rightarrow c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t)dt \text{ (valor médio)}, \quad x(0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k$$

$$\mathcal{F}_S\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\}_T = \{jk\omega_0 c_k\}_{\omega_0}, \quad \mathcal{F}_S\left\{\int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta\right\}_T = \left\{\frac{1}{jk\omega_0}c_k\right\}_{\omega_0} \text{ (} x(t) \text{ com valor médio 0)}$$

$$x(t) \text{ real: } x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t))$$

$$a_0 = c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t)dt, \quad a_k = (c_k + c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(k\omega_0 t)dt, \quad b_k = j(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin(k\omega_0 t)dt$$