

1ª Questão: Dado o sinal $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1]$, determine e esboce $y[n] = x[3-n]$

$$y[n] = \delta[n-3] + 2\delta[n-2]$$

2ª Questão: Determine e esboce $x[n] * y[n]$ para $x[n] = -\delta[n+2] + 2\delta[n] - \delta[n-1]$ e $y[n] = \delta[n] - \delta[n-2]$

$$x[n] * y[n] = -\delta[n+2] + 3\delta[n] - \delta[n-1] - 2\delta[n-2] + \delta[n-3]$$

3ª Questão: Determine $2^n u[n] * 3^n u[n]$

$$2^n u[n] * 3^n u[n] = u[n] \sum_{k=0}^n 2^k 3^{(n-k)} = u[n] 3^n \sum_{k=0}^n (2/3)^k = u[n] 3^n \left(\frac{1 - (2/3)^{n+1}}{1 - 2/3} \right) = (3^{n+1} - 2^{n+1}) u[n]$$

4ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema $y[n+1] = \cos(n)x[n]$ quanto a: a) linearidade; b) invariância no tempo

Sistema linear e variante no tempo

$$x[n] = ax_1[n] + bx_2[n] \Rightarrow y[n+1] = ay_1[n+1] + by_2[n+1]$$

$$y[n+1+M] = \cos(n+M)x[n+M] \neq \cos(n)x[n+M]$$

5ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso $h[n] = u[n+1] - u[n-1]$ quanto a: a) BIBO-estabilidade; b) causalidade

Não causal (pois $h[n] \neq 0$, $n < 0$ e BIBO-estável, pois $h[n] = \delta[n+1] + \delta[n]$ é absolutamente somável

6ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = 2$ do sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{2z}{z+5}$$

$$x[n] = 2(1)^n \Rightarrow y_f[n] = 2H(1)(1)^n = \frac{2}{3}$$

7ª Questão: Considere o sinal periódico (período $N = 3$)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k3], \quad p[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$$

Encontre um sinal periódico de mesmo período que seja ortogonal a $x[n]$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q[n-k3], \quad q[n] = -\delta[n] + \delta[n-1]$$

8ª Questão: Determine, para o sinal

$$x[n] = 5 \cos\left(\frac{4\pi}{3}n\right) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{10\pi}{7}n\right)$$

- a) O período fundamental N b) Os coeficientes $c_{k,k=\{0,1,\dots,N-1\}}$ da série exponencial de Fourier
c) A potência média

$$x[n] = 5 \left(\frac{1}{2} \exp(j \frac{2\pi}{3} 2n) + \frac{1}{2} \exp(-j \frac{2\pi}{3} 2n) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2j} \exp(j \frac{2\pi}{7} 5n) - \frac{1}{2j} \exp(-j \frac{2\pi}{7} 5n) \right)$$

$$N_1 = 3, N_2 = 7 \Rightarrow N = 21$$

$$x[n] = \frac{5}{2} \exp(j \frac{2\pi}{21} 14n) + \frac{5}{2} \exp(-j \frac{2\pi}{21} 14n) + \frac{1}{4j} \exp(j \frac{2\pi}{21} 15n) - \frac{1}{4j} \exp(-j \frac{2\pi}{21} 15n)$$

$$c_{14} = \frac{5}{2}, c_{-14} = c_7 = \frac{5}{2}, c_{15} = \frac{1}{4j}, c_{-15} = c_6 = -\frac{1}{4j}, c_i = 0, \text{ (demais valores entre 0 e 20)}$$

Potência média: $\sum_{k \in \tilde{N}} |c_k|^2 = \frac{25}{4} + \frac{25}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{101}{8}$

9ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x[n]$ (período $N = 6$)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k6], \quad p[n] = \delta[n + 2] + \delta[n - 2]$$

- a) Os coeficientes $c_{k,k=\{0,1,\dots,5\}}$ da série exponencial de Fourier b) c_0 c) A potência média

$$c_k = \frac{1}{6} \sum_{n=-2}^3 (\delta[n + 2] + \delta[n - 2]) \exp(-jk \frac{2\pi}{N} n) = \frac{1}{6} (\exp(jk \frac{2\pi}{6} 2) + \exp(-jk \frac{2\pi}{6} 2)) = \frac{1}{3} \cos(k \frac{2\pi}{3})$$

$$c_0 = \frac{1}{3}, c_1 = c_2 = -\frac{1}{6}, c_3 = \frac{1}{3}, c_4 = c_5 = -\frac{1}{6}$$

Potência média: $\frac{1}{N} \sum_{n \in \tilde{N}} |x[n]|^2 = \frac{1}{6} (1 + 1) = \frac{1}{3} = \sum_{k \in \tilde{N}} |c_k|^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{3}$

10ª Questão: Dados os sinais periódicos $x[n]$ e $y[n]$, de período $N = 4$, determine a convolução periódica $w[n] = x[n] \otimes y[n]$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k4], \quad p[n] = \delta[n + 1] + \delta[n - 1], \quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q[n - k4], \quad q[n] = \delta[n + 1] + \delta[n] + \delta[n - 1]$$

e descreva o resultado em termos da repetição periódica do pulso $r[n]$: $w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[n - k4]$

$$x[n] \otimes y[n] = \sum_{k=-1}^2 x[k]y[n - k] = x[-1]y[n + 1] + x[0]y[n] + x[1]y[n - 1] + x[2]y[n - 2]$$

$$x[-1] = 1, x[0] = 0, x[1] = 1, x[2] = 0 \Rightarrow w[n] = y[n + 1] + y[n - 1]$$

$$w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[n - k4], \quad r[n] = \delta[n + 1] + 2\delta[n] + \delta[n - 1] + 2\delta[n - 2]$$