Nome: ..... **RA:** .....

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

1ª Questão: Dado o sinal $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1]$, determine e esboce $y[n] = x[3-n]$

2ª Questão: Determine e esboce $x[n] * y[n]$ para $x[n] = -\delta[n+2] + 2\delta[n] - \delta[n-1]$ e $y[n] = \delta[n] - \delta[n-2]$

3ª Questão: Determine $2^n u[n] * 3^n u[n]$

4ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema $y[n+1] = \cos(n)x[n]$ quanto a: a) linearidade; b) invariância no tempo

5ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso $h[n] = u[n+1] - u[n-1]$ quanto a: a) BIBO-estabilidade; b) causalidade

6ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = 2$ do sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{2z}{z+5}$$

7ª Questão: Considere o sinal periódico (período $N = 3$)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k3], \quad p[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$$

Encontre um sinal periódico de mesmo período que seja ortogonal a $x[n]$

8ª Questão: Determine, para o sinal

$$x[n] = 5\cos(\frac{4\pi}{3}n) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(\frac{10\pi}{7}n)$$

a) O período fundamental N b) Os coeficientes $c_{k,k=\{0,1,\ldots,N-1\}}$ da série exponencial de Fourier
c) A potência média

9ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x[n]$ (período $N = 6$)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k6], \quad p[n] = \delta[n+2] + \delta[n-2]$$

a) Os coeficientes $c_{k,k=\{0,1,\ldots,5\}}$ da série exponencial de Fourier b) c_0 c) A potência média

10ª Questão: Dados os sinais periódicos $x[n]$ e $y[n]$, de período $N = 4$, determine a convolução periódica $w[n] = x[n] \circledast y[n]$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k4],\ p[n] = \delta[n+1]+\delta[n-1], \quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q[n-k4],\ q[n] = \delta[n+1]+\delta[n]+\delta[n-1]$$

e descreva o resultado em termos da repetição periódica do pulso $r[n]$: $w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[n-k4]$

Sinais discretos

degrau: $u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$, impulso: $\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$, $\delta[n] = u[n] - u[n-1]$, $u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$, $x[n] * \delta[n] = x[n]$, $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

$(x[n]u[n]) * (y[n]u[n]) = u[n] \sum_{k=0}^{n} x[k]y[n-k]$, $\sum_{k=0}^{m} \rho^k = \frac{1-\rho^{m+1}}{1-\rho}$

SLIT $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$, $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ (resposta ao impulso)

$\Rightarrow$ $y[n] = x[n]*h[n]$, $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$, $y[n] = z^n*h[n] = H(z)z^n$, $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

$H(z)$ função de transferência. Solução forçada: para $x[n] = z^n$, $y_f[n] = H(z)z^n$ ($H(z)$ finito)
SLIT: $h[n] = 0$, $n < 0 \Rightarrow$ causal; $\sum_k |h[k]| < +\infty$ BIBO-estável
$H(z)$ racional própria (grau num $\leq$ grau do den) $\Rightarrow$ causal
$H(z)$ com polos (raízes do den.) no interior do círculo unitário $\Rightarrow$ BIBO-estável

Transformada Z de $h[n]$: $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k}$, $z \in \Omega_h$, $\Omega_h \equiv$ região na qual a soma converge

Resp. em frequência: $H(z = \exp(j\omega)) = M(\omega)\exp(j\phi(\omega))$ $M(\omega)$ módulo e $\phi(\omega)$ fase
$h[n]$ real: $x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega)\cos(\omega n + \phi(\omega))$
$x[n] = \text{sen}(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega)\,\text{sen}(\omega n + \phi(\omega))$

Série de Fourier de sinais discretos

Sinais periódicos: $x[n+N] = x[n]$ menor inteiro N é o período fundamental

$p[n]$: pulso de duração finita $< N$, $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-kN]$ é periódico (repetição de $p[n]$ de N em N)

$x[n] = \exp(j\beta n)$, $\beta \in \mathbb{R}$ periódica $\Longleftrightarrow \beta = 2\pi\frac{p}{q}$ (menor inteiro positivo $q = N$: período fundamental)

Produto escalar dos sinais periódicos $g_k[n]$ e $g_\ell[n]$, de período N, é dado por

$$< g_k[n]g_\ell^*[n] >= \sum_{n\in\bar{N}} g_k[n]g_\ell^*[n], \quad \bar{N} = \{0, 1, 2, \ldots, N-1\}$$

Sinais periódicos $g_k[n]$, de período N, são ortogonais se $\sum_{n\in\bar{N}} |g_k[n]|^2 > 0$, $\sum_{n\in\bar{N}} g_k[n]g_\ell^*[n] = 0, k \neq \ell$

Série Exponencial de Fourier

$$\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \quad \Leftrightarrow \quad x[n] = \sum_{k\in\bar{N}} c_k \exp\left(jk\frac{2\pi}{N}n\right) , \; c_k = \frac{1}{N}\sum_{n\in\bar{N}} x[n]\exp\left(-jk\frac{2\pi}{N}n\right)$$

Soma: $\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \quad \Rightarrow \quad c_0 = \frac{1}{N}\sum_{n\in\bar{N}} x[n]$, $x[0] = \sum_{k\in\bar{N}} c_k$

Teorema de Parseval: $\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \Rightarrow \frac{1}{N}\sum_{n\in\bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k\in\bar{N}} |c_k|^2$ (potência média)

Convolução periódica: $x[n] \circledast y[n] = \sum_{k\in\bar{N}} x[k]y[n-k]$

Elemento neutro da convolução periódica: $\delta_N[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n-kN]$ (trem de impulsos)