

1ª Questão: Dado o sinal $x[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$, determine e esboce $y[n] = x[2-n/2]$

$$x[n+2] = \delta[n+2] - \delta[n+1], \quad x[n/2+2] = \delta[n+4] - \delta[n+2], \quad x[-n/2+2] = \delta[n-4] - \delta[n-2]$$

2ª Questão: Determine e esboce $x[n] * y[n]$ para

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2] \text{ e } y[n] = -\delta[n+1] + \delta[n-1]$$

$$x[n] * y[n] = -\delta[n+1] + \delta[n] - \delta[n-2] + \delta[n-3]$$

3ª Questão: Determine $3^n u[n] * 4^n u[n]$

$$3^n u[n] * 4^n u[n] = u[n] \sum_{k=0}^n 3^k 4^{(n-k)} = u[n] 4^n \sum_{k=0}^n (3/4)^k = u[n] 4^n \left(\frac{1 - (3/4)^{n+1}}{1 - 3/4} \right) = (4^{n+1} - 3^{n+1}) u[n]$$

4ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema $y[n+1] = \sin^2(n)x[n]$ quanto a:

a) linearidade; b) invariância no tempo

Sistema linear e variante no tempo

$$x[n] = ax_1[n] + bx_2[n] \Rightarrow y[n+1] = ay_1[n+1] + by_2[n+1]$$

$$y[n+1+M] = \sin^2(n+M)x[n+M] \neq \sin^2(n)x[n+M]$$

5ª Questão: Classifique (com justificativa) o sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso $h[n] = (n-1)u[n-1]$ quanto a: a) BIBO-estabilidade; b) causalidade

Causal (pois $h[n] = 0, n < 0$) e não BIBO-estável, pois $h[n]$ cresce com n e não é absolutamente somável

6ª Questão: Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = (j)^n$ do sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{3}{z^2 - 5}$$

$$x[n] = (j)^n \Rightarrow y_f[n] = H(j)j^n = -\frac{1}{2}(j)^n$$

7ª Questão: Considere o sinal periódico (período $N = 3$)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-k3], \quad p[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2]$$

Encontre um sinal periódico de mesmo período que seja ortogonal a $x[n]$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q[n-k3], \quad q[n] = 3\delta[n] - \delta[n-2], \quad \text{pois} \quad \sum_{n \in \{0,1,2\}} p[n]q[n] = 0$$

8ª Questão: Determine, para o sinal

$$x[n] = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - 10 \exp\left(j\left(\frac{4\pi}{5}n - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

- a) O período fundamental N b) Os coeficientes $c_{k,k=\{0,1,\dots,N-1\}}$ da série exponencial de Fourier
c) A potência média

$$x[n] = \frac{3}{2j} \exp(j\frac{2\pi}{15}5n) - \frac{3}{2j} \exp(-j\frac{2\pi}{15}5n) - 10 \exp(-j\frac{\pi}{4}) \exp(j\frac{2\pi}{15}6n)$$

$$N_1 = 3, N_2 = 5 \Rightarrow N = 15$$

$$c_5 = \frac{3}{2j}, c_{-5} = c_{10} = -\frac{3}{2j}, c_6 = -10 \exp(-j\frac{\pi}{4}), c_i = 0, \text{ (demais valores entre 0 e 14)}$$

Potência média: $\sum_{k \in \tilde{N}} |c_k|^2 = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} + 100 = \frac{209}{2}$

9ª Questão: Determine, para o sinal periódico $x[n]$ (período $N = 6$)

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k6], \quad p[n] = 2\delta[n + 2] + \delta[n + 1] + \delta[n - 1] + 2\delta[n - 2]$$

- a) Os coeficientes $c_{k,k=\{0,1,\dots,5\}}$ da série exponencial de Fourier b) c_0 c) A potência média

$$c_k = \frac{1}{6} \sum_{n=-2}^3 (2\delta[n + 2] + \delta[n + 1] + \delta[n - 1] + 2\delta[n - 2]) \exp(-jk\frac{2\pi}{N}n)$$

$$= \frac{1}{6} \left(2 \exp(jk\frac{2\pi}{6}2) + \exp(jk\frac{2\pi}{6}) + \exp(-jk\frac{2\pi}{6}) + 2 \exp(-jk\frac{2\pi}{6}2) \right) = \frac{1}{6} \left(2 \cos(k\frac{2\pi}{6}) + 4 \cos(k\frac{4\pi}{6}) \right)$$

$$c_0 = 1, c_1 = -\frac{1}{6}, c_2 = -0.5, c_3 = \frac{1}{3}, c_4 = -0.5, c_5 = -\frac{1}{6}$$

Potência média: $\frac{1}{N} \sum_{n \in \tilde{N}} |x[n]|^2 = \frac{1}{6}(4 + 1 + 1 + 4) = \frac{5}{3} = \sum_{k \in \tilde{N}} |c_k|^2 = 1 + \frac{1}{36} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{36} = \frac{5}{3}$

10ª Questão: Dados os sinais periódicos $x[n]$ e $y[n]$, de período $N = 3$, determine a convolução periódica $w[n] = x[n] \otimes y[n]$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k3], \quad p[n] = \delta[n] - \delta[n - 1], \quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q[n - k3], \quad q[n] = -\delta[n] + \delta[n - 1]$$

e descreva o resultado em termos da repetição periódica do pulso $r[n]$: $w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[n - k3]$

$$x[n] \otimes y[n] = \sum_{k=0}^2 x[k]y[n - k] = x[0]y[n] + x[1]y[n - 1] + x[2]y[n - 2]$$

$$x[0] = 1, x[1] = -1, x[2] = 0 \Rightarrow w[n] = y[n] - y[n - 1]$$

$$w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[n - k3], \quad r[n] = -\delta[n] + 2\delta[n - 1] - \delta[n - 2]$$