

Nome: .....

RA: .....

**Obs.:** Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

**1ª Questão:** Dado o sinal  $x[n] = \delta[n] - \delta[n - 1]$ , determine e esboce  $y[n] = x[2 - n/2]$

|    |  |
|----|--|
| 1  |  |
| 2  |  |
| 3  |  |
| 4  |  |
| 5  |  |
| 6  |  |
| 7  |  |
| 8  |  |
| 9  |  |
| 10 |  |

**2ª Questão:** Determine e esboce  $x[n] * y[n]$  para  $x[n] = \delta[n] - \delta[n - 1] + \delta[n - 2]$  e  $y[n] = -\delta[n + 1] + \delta[n - 1]$

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

|  |
|--|
|  |
|--|

**3ª Questão:** Determine  $3^n u[n] * 4^n u[n]$

|  |
|--|
|  |
|--|

**4ª Questão:** Classifique (com justificativa) o sistema  $y[n + 1] = \sin^2(n)x[n]$  quanto a:  
a) linearidade; b) invariância no tempo

|  |
|--|
|  |
|--|

**5ª Questão:** Classifique (com justificativa) o sistema linear invariante no tempo com resposta ao impulso  $h[n] = (n - 1)u[n - 1]$  quanto a: a) BIBO-estabilidade; b) causalidade

**6ª Questão:** Determine a solução forçada para a entrada  $x[n] = (j)^n$  do sistema linear invariante no tempo cuja função de transferência é dada por

$$H(z) = \frac{3}{z^2 - 5}$$

**7ª Questão:** Considere o sinal periódico (período  $N = 3$ )

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k3], \quad p[n] = \delta[n] + 2\delta[n - 1] + 3\delta[n - 2]$$

Encontre um sinal periódico de mesmo período que seja ortogonal a  $x[n]$

**8ª Questão:** Determine, para o sinal

$$x[n] = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - 10 \exp\left(j\left(\frac{4\pi}{5}n - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

- a) O período fundamental  $N$     b) Os coeficientes  $c_{k,k=\{0,1,\dots,N-1\}}$  da série exponencial de Fourier  
c) A potência média

**9ª Questão:** Determine, para o sinal periódico  $x[n]$  (período  $N = 6$ )

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k6], \quad p[n] = 2\delta[n + 2] + \delta[n + 1] + \delta[n - 1] + 2\delta[n - 2]$$

- a) Os coeficientes  $c_{k,k=\{0,1,\dots,5\}}$  da série exponencial de Fourier    b)  $c_0$     c) A potência média

**10ª Questão:** Dados os sinais periódicos  $x[n]$  e  $y[n]$ , de período  $N = 3$ , determine a convolução periódica  $w[n] = x[n] \circledast y[n]$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k3], \quad p[n] = \delta[n] - \delta[n - 1], \quad y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q[n - k3], \quad q[n] = -\delta[n] + \delta[n - 1]$$

e descreva o resultado em termos da repetição periódica do pulso  $r[n]$ :  $w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r[n - k3]$

**Sinais discretos**

degrau:  $u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$  , impulso:  $\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$  ,  $\delta[n] = u[n] - u[n-1]$ ,  $u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$

Convolução:  $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$  ,  $x[n] * \delta[n] = x[n]$  ,  $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

$(x[n]u[n]) * (y[n]u[n]) = u[n] \sum_{k=0}^n x[k]y[n-k]$  ,  $\sum_{k=0}^m \rho^k = \frac{1-\rho^{m+1}}{1-\rho}$

SLIT  $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$  ,  $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$  (resposta ao impulso)

$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n]$  ,  $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$  ,  $y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n$  ,  $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

$H(z)$  função de transferência. Solução forçada: para  $x[n] = z^n$ ,  $y_f[n] = H(z)z^n$  ( $H(z)$  finito)

SLIT:  $h[n] = 0, n < 0 \Rightarrow$  causal;  $\sum_k |h[k]| < +\infty$  BIBO-estável

$H(z)$  racional própria (grau num  $\leq$  grau do den)  $\Rightarrow$  causal

$H(z)$  com polos (raízes do den.) no interior do círculo unitário  $\Rightarrow$  BIBO-estável

Transformada Z de  $h[n]$ :  $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k}$ ,  $z \in \Omega_h$ ,  $\Omega_h \equiv$  região na qual a soma converge

Resp. em frequência:  $H(z = \exp(j\omega)) = M(\omega) \exp(j\phi(\omega))$   $M(\omega)$  módulo e  $\phi(\omega)$  fase

$h[n]$  real:  $x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$

$x[n] = \sin(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \sin(\omega n + \phi(\omega))$

**Série de Fourier de sinais discretos**

Sinais periódicos:  $x[n+N] = x[n]$  menor inteiro  $N$  é o período fundamental

$p[n]$ : pulso de duração finita  $< N$ ,  $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-kN]$  é periódico (repetição de  $p[n]$  de  $N$  em  $N$ )

$x[n] = \exp(j\beta n)$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  periódica  $\iff \beta = 2\pi \frac{p}{q}$  (menor inteiro positivo  $q = N$ : período fundamental)

Produto escalar dos sinais periódicos  $g_k[n]$  e  $g_\ell[n]$ , de período  $N$ , é dado por

$$\langle g_k[n]g_\ell^*[n] \rangle = \sum_{n \in \bar{N}} g_k[n]g_\ell^*[n], \quad \bar{N} = \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$$

Sinais periódicos  $g_k[n]$ , de período  $N$ , são ortogonais se  $\sum_{n \in \bar{N}} |g_k[n]|^2 > 0$ ,  $\sum_{n \in \bar{N}} g_k[n]g_\ell^*[n] = 0, k \neq \ell$

Série Exponencial de Fourier

$$\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \iff x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N}n\right), \quad c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N}n\right)$$

Soma:  $\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \Rightarrow c_0 = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n]$  ,  $x[0] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k$

Teorema de Parseval:  $\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2$  (potência média)

Convolução periódica:  $x[n] \circledast y[n] = \sum_{k \in \bar{N}} x[k]y[n-k]$

Elemento neutro da convolução periódica:  $\delta_N[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n-kN]$  (trem de impulsos)