

Sinais discretos

degrau: $u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$, impulso: $\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$, $\delta[n] = u[n] - u[n-1]$, $u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$, $x[n] * \delta[n] = x[n]$, $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

$(x[n]u[n]) * (y[n]u[n]) = u[n] \sum_{k=0}^n x[k]y[n-k]$

SLIT $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$, $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ (resposta ao impulso)

$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n]$, $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$, $y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n$, $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

$H(z)$ função de transferência. Solução forçada: para $x[n] = z^n$, $y_f[n] = H(z)z^n$ ($H(z)$ finito)

SLIT: $h[n] = 0, n < 0 \Rightarrow$ causal; $\sum_k |h[k]| < +\infty$ BIBO-estável

$H(z)$ racional própria (grau num $\leq$ grau do den) $\Rightarrow$ causal

$H(z)$ com polos (raízes do den.) no interior do círculo unitário $\Rightarrow$ BIBO-estável

Transformada Z de $h[n]$: $H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k}$, $z \in \Omega_h$, $\Omega_h \equiv$ região na qual a soma converge

Resp. em frequência: $H(z = \exp(j\omega)) = M(\omega) \exp(j\phi(\omega))$ $M(\omega)$ módulo e $\phi(\omega)$ fase

$h[n]$ real: $x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$

$x[n] = \sin(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \sin(\omega n + \phi(\omega))$

Série de Fourier de sinais discretos

Sinais periódicos: $x[n+N] = x[n]$ menor inteiro N é o período fundamental

$p[n]$: pulso de duração finita $< N$, $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n-kN]$ é periódico (repetição de $p[n]$ de N em N)

$x[n] = \exp(j\beta n)$, $\beta \in \mathbb{R}$ periódica $\iff \beta = 2\pi \frac{p}{q}$ (menor inteiro positivo $q = N$: período fundamental)

Produto escalar dos sinais periódicos $g_k[n]$ e $g_\ell[n]$, de período N , é dado por

$$\langle g_k[n]g_\ell^*[n] \rangle = \sum_{n \in \tilde{N}} g_k[n]g_\ell^*[n] , \quad \tilde{N} = \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$$

Sinais periódicos $g_k[n]$, de período N , são ortogonais se

$$\sum_{n \in \tilde{N}} |g_k[n]|^2 > 0 \text{ e } \sum_{n \in \tilde{N}} g_k[n]g_\ell^*[n] = 0 , \quad k \neq \ell , \quad k, \ell \in \mathbb{Z}$$

Série Exponencial de Fourier

$$\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \iff x[n] = \sum_{k \in \tilde{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N}n\right) , \quad c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \tilde{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N}n\right)$$

Soma: $\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \Rightarrow c_0 = \frac{1}{N} \sum_{n \in \tilde{N}} x[n] , \quad x[0] = \sum_{k \in \tilde{N}} c_k$

Teorema de Parseval: $\mathcal{F}_S\{x[n]\}_N = \{c_k\}_N \Rightarrow \frac{1}{N} \sum_{n \in \tilde{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \tilde{N}} |c_k|^2$ (potência média)

Convolução periódica: $x[n] \circledast y[n] = \sum_{k \in \tilde{N}} x[k]y[n-k]$

Elemento neutro da convolução periódica: $\delta_N[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n-kN]$ (trem de impulsos)