1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de $x(t) = -tG_2(t+1) - G_2(t-1)$

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{-\exp(j\omega 2)+1}{j\omega} + 2\exp(j2\omega) - 1 + \exp(-j2\omega)\right)$$

ou

$$\begin{aligned} X(\omega) &= -j\frac{d}{d\omega}\Big(2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)\Big) - 2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega) \\ &= -j\left(2\left(\frac{\cos(\omega)}{\omega} - \frac{\mathrm{sen}(\omega)}{\omega^2}\right)\exp(j\omega) + 2j\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega)\right) - 2\ \mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega) \end{aligned}$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\left\{t\frac{d}{dt}\ \mathrm{Sa}(2t)\right\}$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)\} = \frac{\pi}{2}G_4(\omega), \quad \mathcal{F}\left\{\frac{d}{dt}\mathrm{Sa}(2t)\right\} = \frac{\pi}{2}(j\omega)G_4(\omega),$$

$$\mathcal{F}\left\{t\frac{d}{dt}\mathrm{Sa}(2t)\right\} = j\frac{d}{d\omega}\frac{\pi}{2}(j\omega)G_4(\omega) = -\frac{\pi}{2}\Big(G_4(\omega) - 2\delta(\omega+2) - 2\delta(\omega-2)\Big)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{Sa}(t/2)dt, \qquad \mathcal{F}\{x(t)\} = (1-\omega^2)G_2(\omega)$$

$$I = \mathcal{F}\{x(t)\mathrm{Sa}(t/2)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\Big(X(\omega) * 2\pi G_1(\omega)\Big)\Big|_{\omega=0} = \int_{-1/2}^{1/2}(1-\beta^2)d\beta = \frac{11}{12}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por $X(\omega) = \exp(j\omega)\mathrm{Sa}(\omega)$

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = \exp(j\omega)\mathrm{Sa}(\omega), \quad \mathcal{F}\{X(t)\} = \mathcal{F}\{\exp(jt)\mathrm{Sa}(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(t)\} = \pi G_2(\omega), \quad \mathcal{F}\{\exp(jt)\mathrm{Sa}(t)\} = \pi G_2(\omega - 1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2}G_2(-t-1) = \frac{1}{2}G_2(t+1)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que

$$x(t) = \mathrm{Sa}^{10}(t/2)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(t/2)\} = 2\pi G_1(\omega), \quad \omega_M = (10 \times 1)/2 = 5 \quad \Rightarrow \quad B = 5/(2\pi) \ \ , \ \ T < \pi/5$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/40$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k5)p(t-k5), \quad p(t) = \mathrm{Tri}_2(t-1)$$

$$T = 5\ ,\ \omega_0 = 2\pi/5, \quad H(j\omega) = \frac{5G_{2\pi/5}(\omega)}{P(\omega)}$$

$$P(\omega) = \mathrm{Sa}^2(\omega/2)\exp(-j\omega)$$

ou

$$P(\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2}\left(1 - 2\exp(-j\omega) + \exp(-j2\omega)\right)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \big(-4t^2 \exp(-3t) + 5t^2 \exp(2t) \big) u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = \big(-4t^2 \exp(3t) + 5t^2 \exp(-2t) \big) u(t), \quad Y(s) = \frac{10}{(s+2)^3} - \frac{8}{(s-3)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) > 3$$

$$X(s) = Y(-s) = \frac{-10}{(s-2)^3} + \frac{8}{(s+3)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) < -3$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{-s-17}{(s+2)(s-3)} \quad , \quad -2 < \mathrm{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = \frac{-s-17}{(s+2)(s-3)} = \frac{3}{s+2} + \frac{-4}{s-3}, \quad x(t) = 3\exp(-2t)u(t) + 4\exp(3t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} t h(t) dt, \quad h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{s^2+5s+2}{s^2+6s+5} \right\}$$

$$I = (-1)\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = -\frac{13}{25}$$

9ª Questão: a) Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = (-t+2)G_2(t-1)$$

b) Determine $X(0)$

$$X(s) = -\frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} + \frac{\exp(-2s)}{s^2} = \frac{2s-1+\exp(-2s)}{s^2}, \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

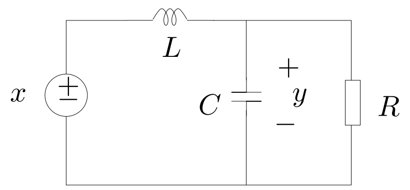
ou

$$\mathcal{L}\{G_2(t-1)\} = \frac{1}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s}, \quad \mathcal{L}\{tG_2(t-1)\} = (-1)\frac{d}{ds}\left(\frac{1}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s}\right) = \frac{1}{s^2} - \frac{2\exp(-2s)}{s} - \frac{\exp(-2s)}{s^2}$$

$$X(0) = \int_0^2 (-t+2)dt = 2$$

10ª Questão: Determine L e C (em função de R e ω_c) para que circuito da figura abaixo seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$



$$(p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC})y = \frac{1}{LC}x$$

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{1/(LC)}{s^2 + (1/RC)s + 1/(LC)}$$

$$C = \frac{\sqrt{2}}{2R\omega_c}, \quad L = \frac{\sqrt{2}R}{\omega_c}$$