

Nome:

RA:

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: Dado $x(t) = (-2 + t)G_2(t - 1) + G_2(t - 3)$, esboce e determine $y(t) = x(3 - 2t)$.

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

2ª Questão: Classifique o sistema abaixo quanto à linearidade, invariância no tempo e causalidade, justificando a resposta.

$$\dot{y}(t) + (t^2 + 1)^{-1}y(t) = (t + 10)x(t)$$

3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema $y(t) = \mathcal{G}\{x(t)\}$ descrito pelas equações

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -10v_1 + x, \quad y = -9v_1 + x$$

b) Determine a saída forçada $y_f(t)$ do sistema para a entrada $x(t) = \exp(4)(1 + \cos(4t))$

4ª Questão: Determine e esboce $x(t) * y(t)$, para $x(t) = G_2(t + 1) - 2G_1(t - 0.5)$ e $y(t) = G_2(t)$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso do sistema linear invariante no tempo dado por

$$y(t) = \int_{t-1}^{t+1} x(\beta)(t + 1 - \beta)d\beta$$

b) Classifique (justificando) quanto à: causalidade e BIBO estabilidade.

6ª Questão: A partir dos sinais linearmente independentes $f_1(t) = G_3(t - 1.5)$, $f_2(t) = G_2(t - 1)$ e $f_3(t) = G_2(t - 2)$, gere e esboce três sinais ortogonais $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$ que descrevem o mesmo espaço que $a_1f_1(t) + a_2f_2(t) + a_3f_3(t)$, a_1 , a_2 e a_3 reais.

7ª Questão: Determine os coeficientes a e b que minimizam o erro quadrático médio $\langle \epsilon^2(t) \rangle$ com

$$\epsilon(t) = \underbrace{t^2 G_2(t - 1)}_{y(t)} - (a \underbrace{G_2(t - 1)}_{x_1(t)} + b \underbrace{t G_2(t - 1)}_{x_2(t)})$$

8ª Questão: a) Determine os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier de $x(t)$ dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k6), \quad p(t) = (-t)G_1(t + 0.5) + (t - 1)G_1(t - 0.5)$$

b) Determine c_0

9ª Questão: Considere o sinal periódico

$$x(t) = (-2 + 3j) + 4 \sin^2(2t) + (2j) \exp(j6t)$$

a) Determine o período fundamental T de $x(t)$

b) Determine os coeficientes c_k da série exponencial de Fourier de $x(t)$

c) Determine a potência média de $x(t)$

10ª Questão: Considere o sinal periódico $x(t)$ dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(t - k10), \quad p(t) = (-t^2 + 4)G_4(t)$$

a) Determine o coeficiente c_0 da série exponencial de Fourier de $x(t)$

b) Determine a potência média de $x(t)$

Consulta

$$G_T(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2), \quad \delta(t) = \frac{d}{dt}u(t), \quad u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\beta)d\beta, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$$

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\beta)x_2(t - \beta)d\beta, \quad x(t) * \delta(t) = x(t), \quad x(t) * u(t) = \mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta$$

$$\mathcal{I}_{x*y}(t) = x(t) * \mathcal{I}_y(t) = \mathcal{I}_x(t) * y(t) = u(t) * x(t) * y(t), \quad \frac{d}{dt}(x(t) * y(t)) = \dot{x}(t) * y(t) = x(t) * \dot{y}(t)$$

$$\mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a}, \quad \text{Re}(s+a) > 0, \quad \mathcal{L}\{y(t) = x(t - \tau)\} = X(s) \exp(-s\tau), \quad \Omega_y = \Omega_x$$

$$\text{Sinais ortogonais: } \langle x(t)y^*(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0, \quad \text{Projeção ortogonal: } \langle \epsilon(t)g_k^*(t) \rangle = 0, \quad \forall k$$

Minimização de $\langle \epsilon^2(t) \rangle$:

$$y(t) \approx \sum_{k=1}^n \alpha_k f_k(t) = \alpha' f(t), \quad \alpha' = R^{-1} \langle f(t)y(t) \rangle, \quad R = [r_{k,\ell}], \quad r_{k,\ell} = \langle f_k(t)f_\ell(t) \rangle$$

$$\text{Gram-Schmidt: } g_1(t) = f_1(t) ; \quad g_k(t) = f_k(t) - \sum_{\ell=1}^{k-1} \frac{\langle f_k(t)g_\ell(t) \rangle}{\langle g_\ell^2(t) \rangle} g_\ell(t) \quad , \quad k = 2, \dots, n$$

Série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k \exp(jk\omega_0 t) \Leftrightarrow c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \exp(-jk\omega_0 t) dt, \quad \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |c_k|^2 \quad (\text{potência média})$$

$$\mathcal{F}_S\{x(t)\}_T = \{c_k\}_{\omega_0} \Rightarrow c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \quad (\text{valor médio}), \quad x(0) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k$$

$$\mathcal{F}_S\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\}_T = \{jk\omega_0 c_k\}_{\omega_0}, \quad \mathcal{F}_S\left\{\int_{-\infty}^t x(\beta)d\beta\right\}_T = \left\{\frac{1}{jk\omega_0} c_k\right\}_{\omega_0} \quad (x(t) \text{ com valor médio } 0)$$

$$x(t) \text{ real:} \quad x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \text{sen}(k\omega_0 t))$$

$$a_0 = c_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt, \quad a_k = (c_k + c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \quad b_k = j(c_k - c_{-k}) = \frac{2}{T} \int_T x(t) \text{sen}(k\omega_0 t) dt$$